

ФОРМУВАННЯ ТА ВЛАСТИВОСТІ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ ГОЛДА

Мрачковський О. Д., к.т.н., доцент

Часник А. А., магістрант

Ганзенко В. А., студент

*Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м.Київ, Україна*

Вступ

Метод утворення послідовностей Голда заснований на виборі послідовностей відповідно до властивостей многочленів. Кожній M -послідовності довжини $N=2^n-1$, де n – деяке ціле число, відповідає свій многочлен ступеня n , що не приводиться. Неприводним називається такий многочлен, який не може бути представлений у вигляді добутку многочленів з меншими ступенями. Кожному кореню многочлена ступеня n може бути поставлений у відповідність елемент поля Галуа $GF(2^n)[1]$ (кодова послідовність повного коду довжини n , за винятком елемента, що складається з одних нулів). Всього ненульових елементів є 2^n-1 . Корінь α , всі ступені якого $\alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^{2^n-1} = \alpha_0$ дають різні елементи поля, називається первісним або примітивним. Многочлен, що не приводиться, одним з коренів якого є примітивний елемент поля, називається примітивним. Відповідно до методу Голда твірним M -послідовностям повинні відповідати примітивні многочлени, корені яких є α^{-v} для першої і $(\alpha^{2^{l+1}})^{-v}$ для другої послідовностей, де l — будь-яке ціле число, взаємно-просте з n . Вибираються такі послідовності досить просто за допомогою таблиць многочленів, що не приводяться [2]. Якщо M -послідовності вибрані по методу Голда, то їх періодичні взаємно кореляційні функції (ВКФ) є трирівневими, тобто приймають тільки три значення [4, 3]:

$$Q(\lambda) = \begin{cases} Q_1 = -1/N \\ Q_2 = \sqrt{2/N} - 1/N \\ Q_3 = -\sqrt{2/N} - 1/N \end{cases} \quad (1)$$

Формування послідовностей Голда

Послідовності Голда – це послідовності не максимальної довжини. На рис.1. показана блок схема формування послідовності Голда за допомогою двох генераторів, що формують M -послідовність. Як показано на рис.1, послідовність Голда формується шляхом виконання операції складання по модулю 2 на виході двох генераторів M -послідовностей. Операція скла-

дання відбувається посимвольно.

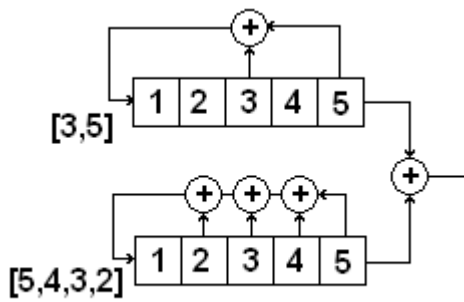


Рис. 1. Генерації послідовності Голда зі створюючими поліномами M -послідовностей $[5, 3]$ і $[5, 4, 3, 2]$

Якщо дві послідовності мають довжину $2^m - 1$, то послідовність Голда буде також завдовжки $2^m - 1$.

Приклад роботи генератора зображеного на рис.1, представлений в табл. 1. Генератори послідовностей Голда дозволяють генерувати послідовності великої довжини: якщо ми дозволимо регістру 1 затримати його значення без наявності будь-якого циклічного зсуву, а в регістрі 2 почнемо зсувати його значення циклічно, то

коли буде закінчений повний цикл ми отримаємо послідовність Голда. Якщо зробити один циклічний зсув у регістрі 1 і зробити повний циклічний зсув у регістрі 2, то це дасть нам зовсім іншу послідовність Голда завдовжки $2^m - 1$.

Таблиця 1

№ ітер.	Регістр 1	Регістр 2	$[5,3]$	$[5,4,3,2]$	Вихід генератора
1	11111	11111	0	0	0
2	01111	01111	1	1	0
3	10111	10111	0	1	0
4	01011	11011	0	1	0
5	00101	11101	1	1	0
...
29	11001	11011	1	1	0
30	11100	11101	1	1	1
31	11110	11110	1	1	0

Мультирегістровий генератор послідовності Голда може генерувати nr немаксимальних послідовностей завдовжки $2^n - 1$ і r максимальних послідовностей тієї ж довжини, де r – число регістрів, n – довжина регістра.

Спектр послідовності Голда.

Спектр послідовності Голда визначається аналогічним шляхом, як і для M -послідовності або послідовностей Баркера, шляхом перетворення Фур'є:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) e^{-i\omega t} dt$$

де $U(t)$ – послідовність, що аналізується.

На рис.3 представлений амплітудний і фазовий частотні спектри аперіодичної послідовності Голда. Параметри сигналу $N=1023$ та $N=511$, $T_i=1$ мс, де T_i – довжина парціального імпульсу, N – кількість імпульсів у послідовності. Спектри були розраховані в програмному пакеті Matlab за

допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є (FFT- Fast Fourier Transform) [6], з використанням процедури корекції стрибків фазового спектра на 2π .

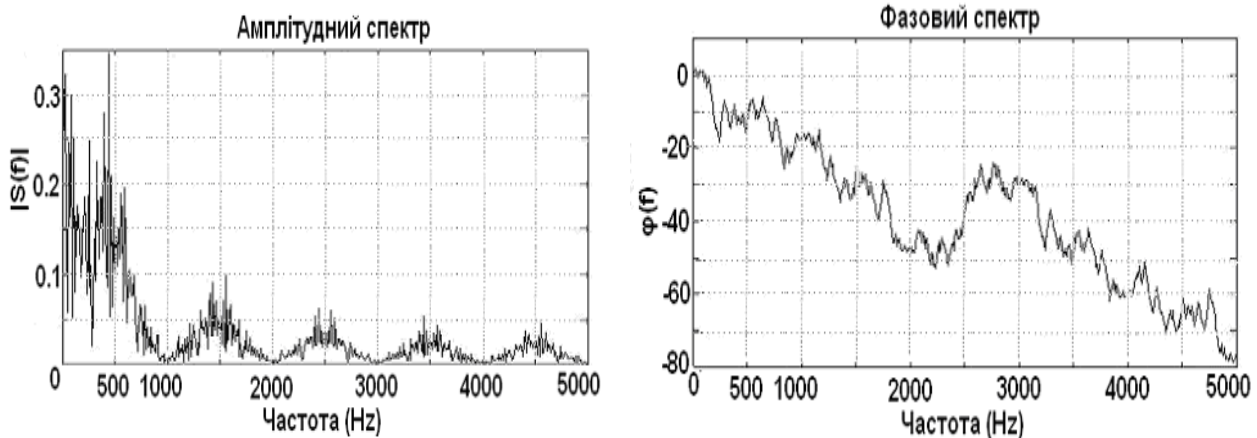


Рис.2а Спектр послідовності Голда довжиною 511 імпульсів

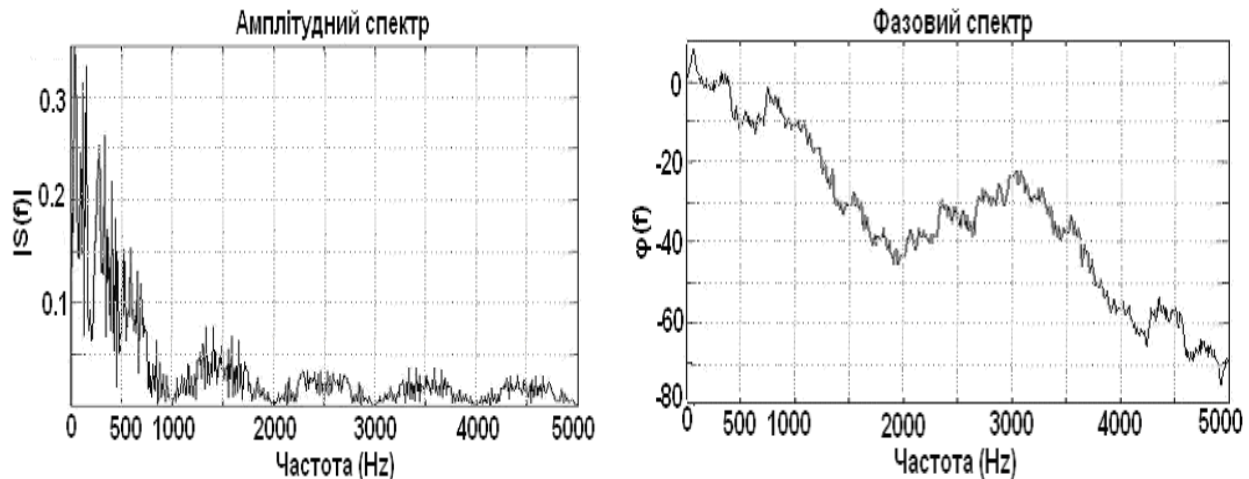


Рис.2б. Спектр послідовності Голда довжиною 1023 імпульсів

Смуга частот, що займає послідовність Голда, з достатнім ступенем точності визначається співвідношенням:

$$2\Delta f = [f_0 + 1/\tau_0] - [f_0 - 1/\tau_0] = 2/\tau_0, \quad (2)$$

де $\tau_0 = T_i$.

Враховуючи те, що довжин елементарного імпульсу однакова в обох випадках то смуга частот за формулою (2) теж однакова.

Автокореляційна функція послідовностей Голда.

В програмному пакеті Matlab була отримана аперіодична автокореляційна функція (ААКФ) послідовностей Голда (рис.3). Наведена на рисунку ААКФ була розрахована за допомогою вбудованої функції `xcorr` [6], використано послідовностей різної довжини $N=31$, $N=127$, $N=511$, N – кількість імпульсів у послідовності.

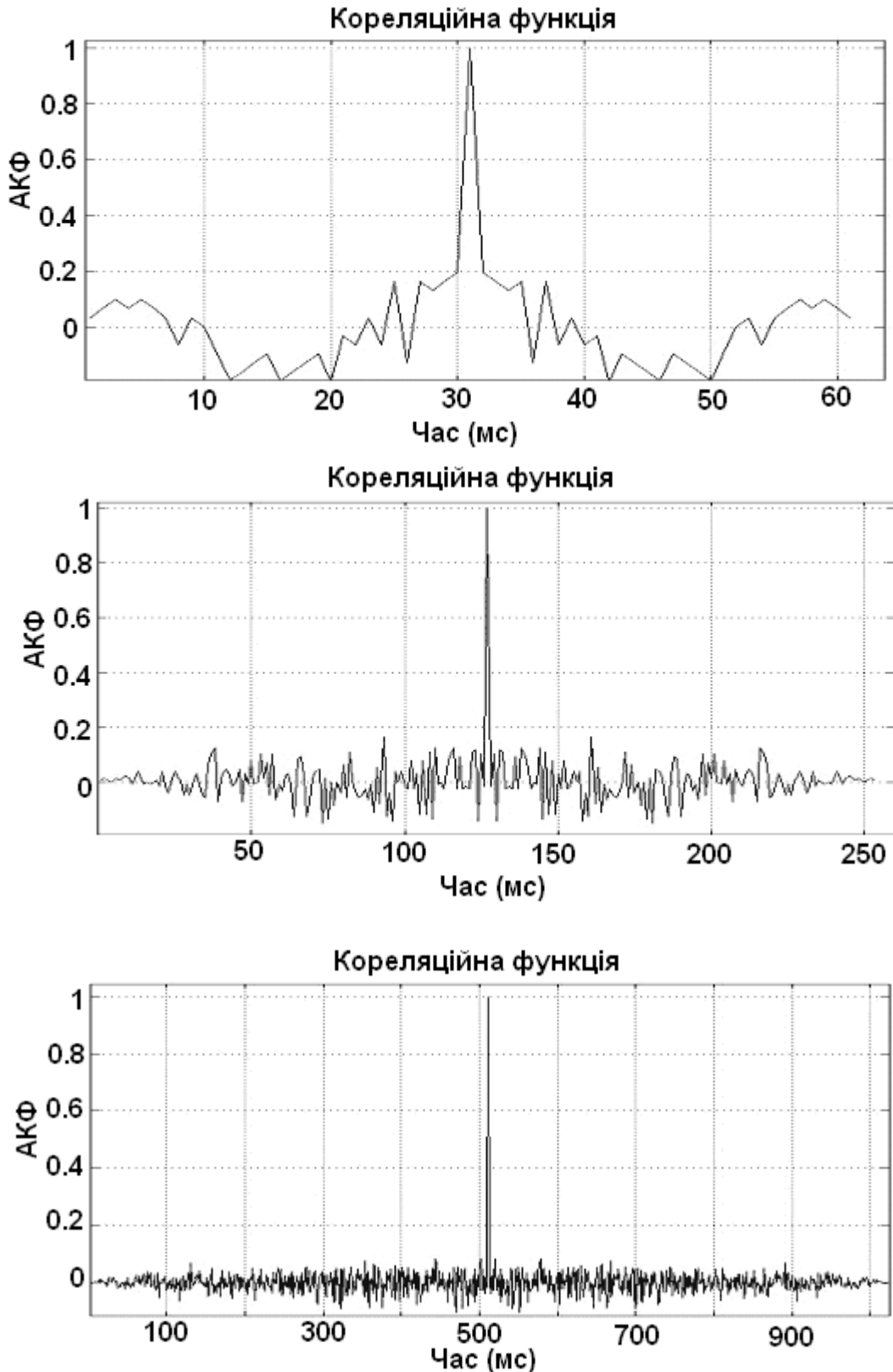


Рис.3. Аперіодична автокореляційна функція для послідовності Голда

Порівнюючи рівень бічних викодів (ААКФ) послідовностей Голда , з М-послідовностями[5], при однакових значеннях періоду послідовності, слід сказати, що у М-послідовності він менший, ніж у послідовності Голда,

приблизно в 2,6 разів (на 4дБ). Тому М-последовності мають кращі характеристики з точки зору радіолокації, ніж сигнали последовності Голда. Проте последовності Голда знайшли широке застосування в супутниковій радіонавігації, в системах GPS (Global Positioning System).

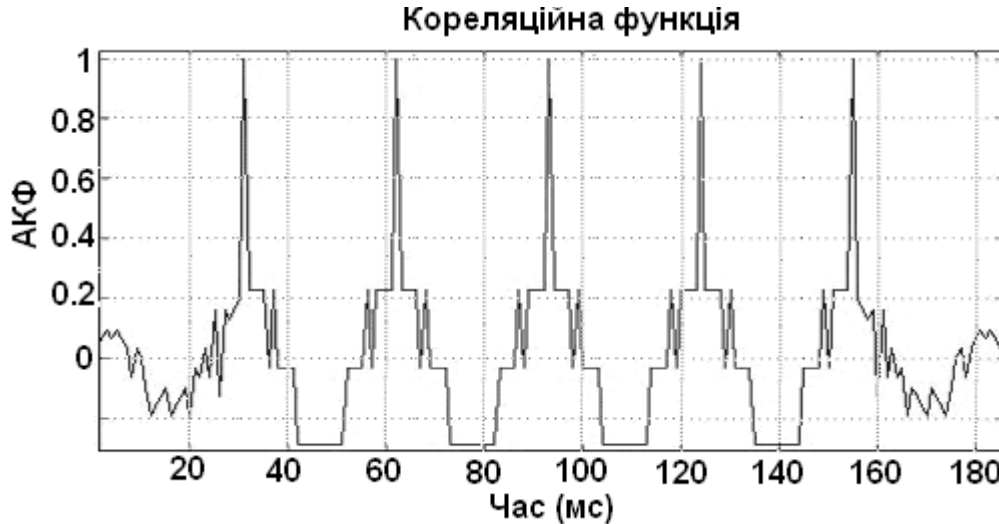


Рис.4. Періодична автокореляційна функція для послідовності Голда;

Як вже згадувалося вище, якщо М-последовності вибрані за методом Голда, то їх періодичні ВКФ є трирівневими, тобто приймають тільки три значення (1).

Вірогідність появи цих значень наступна:

$$P_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}N \quad P_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}N - \frac{1}{\sqrt{8N}} \quad P_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}N + \frac{1}{\sqrt{8N}} \quad (3)$$

Періодичні ВКФ циклічної системи можуть приймати тільки значення (1), причому вірогідність (3) відповідає випадку усереднювання по всіх ВКФ всіх циклічних перестановок.

Висновки

Последовності Голда мають більший рівень бічних викидів в порівнянні з М-последовностями, приблизно $2.6 \cdot \sqrt{\frac{1}{N}}$, де N – кількість імпульсів у последовності, що робить недоцільним використання последовностей Голда в радіолокації. Проте в порівнянні з М-последовностями, последовності Голда мають більший об'єм ансамблю, тобто більша кількість последовностей для заданого m . Об'єм ансамблів последовностей Голда на декілька порядків перевершують об'єми ансамблів М-последовностей. Так при $m = 10$ ансамбль збільшується від 1023 (М-последовності) до 388000 (последовності Голда), що, безумовно, ускладнює процедуру можливого розкриття сигналів ФМн последовністю Голда.

Література

1. Чеботарев Н.Г., Основы теории Галуа. Ч. I Изд. 2., 2004. с.224

2. Пітерсон У., Уелдон Э. Коды, що виправляють помилки: Пер. з англ./Под ред. Р.Л. Добрушина, С.И. Самойленко. – М: Мир, 1976. – 594 з.
3. Gold R. Maximal Recursive Sequences with 3-valued Recursive Cross-correlation Functions/–IEEE Trans. Inf. Th., 1968, v. IT-14, N 1, p. 154-156.
4. Gold R. Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing.–IEEE Trans., Inf. Th., 1967, v. IT-13, N 4, p. 619-621.
5. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1978 – 304 с.
6. Holly Moore. MATLAB for Engineers (2nd Edition)

*Мрачковській О.Д. Часник А.А. Ганзенко В.А. **Формування та властивості послідовностей Голда.** У статті докладно розглянуто принципи формування послідовностей Голда, наведена структурна схема генератора послідовності на базі регістрів зсуву і докладний опис її роботи. Були розраховані спектральні характеристики послідовностей різної довжини. Виходячи з аналітичного подання спектра даної послідовності, було отримано вираз для розрахунку смуги частот. Для послідовностей Голда різної довжини розраховані Автокореляційні функції та рівні бічних викидів у порівнянні з M-послідовністю, також розглянута періодична автокореляційна.*

Ключові слова: Послідовність Голда, АКФ, спектр, формування

*Мрачковский О.Д. Часнык А.А. Ганзенко В.А. **Формирование и свойства последовательностей Голда.** В статье подробно рассмотрены принципы формирования последовательности Голда, приведена структурная схема генератора последовательности на базе сдвиговых регистров и пошаговое описание ее работы. Были рассчитаны спектральные характеристики последовательностей различной длины. Исходя из аналитического представления спектра данной последовательности, было получено выражение для расчета полосы частот. Для последовательностей Голда различной длины рассчитаны автокорреляционные функции и уровни боковых выбросов в сравнении с M-последовательностью, также рассмотрена периодическая автокорреляционная.*

Ключевые слова: Последовательность Голда, АКФ, спектр, формирование

*O. Mrachkovkiy A. Chasnyk V. Ganzenko **Generation and properties of Gold's sequence** The article shows principles generation of Gold's sequences, shown a block diagram of sequence generator, based on shift registers and step by step description of its work. We calculated the spectral characteristics of sequences of different lengths. Based on the analytical representation of the spectrum of the sequence was obtained expression for calculating the bandwidth. For Gold's sequences of different length were calculated autocorrelation functions and levels of lateral release in comparison with the max length sequence, also were considered a periodic autocorrelation.*

Key words: Gold's sequences, correlation, formation, Fourier analysis