

УДК 621.372.82

## **ЗАДАЧА МІКРОХВИЛЬОВОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДЛЯ ДВОВИМІРНОЇ ЕКРАНОВАНОЇ СТРУКТУРИ**

*Гусєва О. В., к.т.н, доцент; Горб М. С., аспірант  
Національний Технічний Університет України «Київський Політехнічний  
Інститут», Київ, Україна,  
[guseva@tor.kpi.ua](mailto:guseva@tor.kpi.ua)*

### **TWO DIMENSIONAL MICROWAVE IMAGING OF SHIELDED OBJECTS**

*Guseva E. V, PhD, Associate Professor; Gorb M. S., Postgraduate Student  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine*

#### **Вступ**

Задача мікрохвильової візуалізації полягає у визначенні розподілу внутрішньої структури — комплексної діелектричної та магнітної проникності досліджуваного об'єкту за полем, розсіяним даним об'єктом.

В [1] наведено експериментальний макет для дослідження об'єктів методом мікрохвильової візуалізації, де вздовж осі напівобмеженого металічного екрану знаходиться об'єкт. Приблизно на середній висоті на боковій стінці циліндра з постійним кроком за азимутом розташовані штиркові антени. Послідовно збуджуючи кожен з антен, на решті антен фіксується значення поля, таким чином отримуємо набір даних для визначення діелектричної проникності досліджуваного об'єкта. В [2] за допомогою подібної установки проведені експериментальні дослідження руки людини. У [3,4] наведено алгоритм дослідження об'єктів без металевого екрану, де зовнішня необмежена область враховується накладанням граничних умов. У [5] зазначені переваги при введені екрануючої поверхні.

Математично в [1–5] задача сформульована як двовимірна, що накладає обмеження на об'єкт дослідження та джерело, які мають бути однорідними вздовж однієї з координат. Зрозуміло, що більшість об'єктів є тривимірними, і їх аналіз вимагає значних чисельних затрат, в порівнянні з двовимірним наближенням. Тому актуальним є пошук та застосування чисельно ефективних методів при розв'язку задачі мікрохвильової візуалізації. Можна застосувати метод розкладу поля за власними функціями для розрахунку вздовжнього однорідного тривимірного об'єкту. Перевагою даного підходу є можливість отримання розв'язку по повздовжній координаті методом розділення змінних в аналітичному вигляді, при цьому задача зводиться до двовимірної, хоча джерело збудження може бути тривимірним.

**Метою даної роботи** є відпрацювання алгоритму розв'язку прямої та зворотної задачі для двовимірної структури, що дасть змогу в подальшому

ускладнити задачу до тривимірної і розрахувати її методом розкладу поля за власними функціями.

### Математичне формулювання задачі

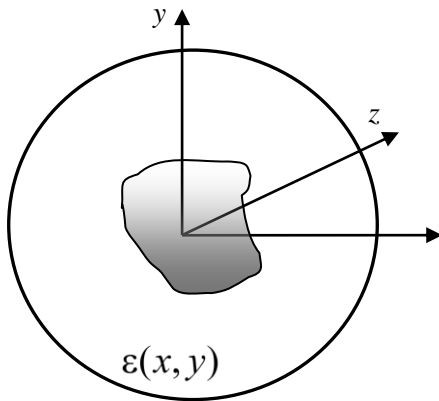


Рис. 1. Поперечний перетин об'єкта досліджень

Розглядається поздовжньо однорідний об'єкт довільної форми та з довільними параметрами в поперечному перетині, екранований металевою поверхнею — рис.1, джерело збудження, також, вважається поздовжньо однорідним. Об'єкт дослідження вважається немагнітним —  $\mu_r = 1$ , а діелектрична проникність залежить від поперечних координат —  $\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_r(x, y)$ .

Прямою задачею мікрохвильової візуалізації є визначення розподілу поля навколо об'єкта при відомому розподілі діелектричної проникності. Якщо задана лише одна компонента електричного струму —

$J_z(x, y)$ , тоді розподіл поля в даній структурі описується скалярним хвильовим рівнянням [6, с.121; 7, с.164], залежність від часу прийнята у вигляді —  $e^{j\omega t}$ :

$$\nabla_t^2 E_z(x, y) + k_0^2 \dot{\epsilon}_r(x, y) E_z(x, y) = j\omega\mu_0 J_z(x, y) \quad (1)$$

де:  $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  — оператор Лапласа в поперечній площині;

$\dot{\epsilon}_r = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$  — комплексна діелектрична проникність;

$\epsilon_r, \mu_r$  — відносні діелектрична та магнітна проникності;

$k_0 = \frac{\omega}{c}$  — хвильове число вільного простору.

Для розв'язку (1) з граничною умовою  $E_z = 0$  на обмежуючому металевому контурі, застосуємо метод скінчених елементів, який здатен описати об'єкти довільної форми з довільними параметрами. Помножимо (1) на вагову функцію  $W(x, y)$  і проінтегруємо по площі поперечного перетину об'єкта дослідження [8, с.101; 9, с.106]:

$$\iint_S W \left( \nabla_t^2 E_z + k_0^2 \dot{\epsilon}_r(x, y) E_z - j\omega\mu_0 J_z \right) dS = 0 \quad (2)$$

Проведемо перетворення в (2):

$$W \nabla_t^2 E_z = W \vec{\nabla}_t \cdot \vec{\nabla}_t E_z$$

де:  $\vec{\nabla}_t = \vec{x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y} \cdot \frac{\partial}{\partial y}$  — оператор Гамільтона (набла) в поперечній площині;

$$W\vec{\nabla}_t \cdot \vec{\nabla}_t E_z = \vec{\nabla}_t \cdot (W\vec{\nabla}_t E_z) - \vec{\nabla}_t W \cdot \vec{\nabla}_t E_z$$

Для отримання останнього виразу використана формула [10]:

$$f\vec{\nabla}_t \cdot \vec{A} = \vec{\nabla}_t \cdot f\vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla}_t f$$

де  $f = W$  — скалярна функція,  $\vec{A} = \vec{\nabla}_t E_z$  — векторна функція.

Застосовуючи до  $\vec{\nabla}_t \cdot (W\vec{\nabla}_t E_z)$  поверхневу теорему про дивергенцію [9, с. 712]:

$$\iint_S \vec{\nabla}_t \cdot \vec{A} dS = \oint_L \vec{A} \cdot \vec{n} dl$$

отримаємо:

$$\begin{aligned} \iint_S W\vec{\nabla}_t \cdot \vec{\nabla}_t E_z dS &= \iint_S \vec{\nabla}_t \cdot (W\vec{\nabla}_t E_z) dS - \iint_S \vec{\nabla}_t W \cdot \vec{\nabla}_t E_z dS = \\ &= \oint_L W\vec{\nabla}_t E_z \cdot \vec{n} dl - \iint_S \vec{\nabla}_t W \cdot \vec{\nabla}_t E_z dS. \end{aligned}$$

Рівняння (2) зводиться до:

$$-\iint_S \vec{\nabla}_t W \cdot \vec{\nabla}_t E_z dS + k_0^2 \dot{\epsilon}_r(x, y) \iint_S W \cdot E_z dS + \oint_L W\vec{\nabla}_t E_z \cdot \vec{n} dl = j\omega\mu_0 \iint_S W \cdot J_z dS$$

де  $\vec{n}$  — одиничний вектор нормалі до контуру  $L$ , що обмежує площу  $S$ .

Оскільки на контурі  $L$  задано граничну умову  $E_z = 0$ , то лінійний інтеграл дорівнює нулю. Отримаємо:

$$\iint_S \vec{\nabla}_t W \cdot \vec{\nabla}_t E_z dS - k_0^2 \dot{\epsilon}_r(x, y) \iint_S W \cdot E_z dS = -j\omega\mu_0 \iint_S W \cdot J_z dS \quad (3)$$

Поле в межах скінчених елементів трикутної форми представимо у вигляді [9, с.95]:

$$E_z(x, y) = \sum_{j=1}^3 e_{zj} \cdot \alpha_j(x, y) \quad (4)$$

де  $e_{zj}$  — значення поля у вузлах трикутника;

$\alpha_j(x, y)$  — базисні функції, визначені як:

$$\alpha_j(x, y) = \frac{1}{2S_\Delta} \cdot (a_j + b_j \cdot x + c_j \cdot y)$$

$$a_1 = x_2 y_3 - y_2 x_3$$

$$b_1 = y_2 - y_3$$

$$c_1 = x_3 - x_2$$

$$a_2 = x_3 y_1 - y_3 x_1$$

$$b_2 = y_3 - y_1$$

$$c_2 = x_1 - x_3$$

$$a_3 = x_1 y_2 - y_1 x_2$$

$$b_3 = y_1 - y_2$$

$$c_3 = x_2 - x_1$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}(b_1 c_2 - b_2 c_1) \text{ — площа трикутника (додатна у випадку нумерації}$$

вузлів проти годинникової стрілки);

$x_i, y_i$  — координати вузлів трикутника.

Значення діелектричної проникності в межах скінченого елемента вважається постійним.

Вагові функції для методу Гальоркіна обираються такими ж як і базисні [9, с.106]:  $W(x, y) = \alpha_i(x, y)$ . Підставивши (4) та  $W(x, y) = \alpha_i(x, y)$  у (3) отримаємо:

$$\sum_{\text{Елементів}} \left\{ \sum_{j=1}^3 e_{zj} \iint_{S_{\Delta}} (\vec{\nabla}_t \alpha_j \cdot \vec{\nabla}_t \alpha_i) dS - k_0^2 \epsilon_r \sum_{j=1}^3 e_{zj} \iint_{S_{\Delta}} (\alpha_j \cdot \alpha_i) dS = -j\omega\mu_0 \iint_{S_{\Delta}} \alpha_i \cdot J_z dS \right\} \quad (5)$$

$i = 1, 2, 3$  — перебір вагових функцій в межах кожного трикутника

Символ  $\sum_{\text{Елементів}}$  у (5) означає процедуру «зборки» [9 с.99], яку необ-

хідно провести для врахування всіх кінцевих елементів. В результаті зборки формується система лінійних алгебраїчних рівнянь розміром  $N \times N$  ( $N$  — загальна кількість глобальних вузлів), яку в матричному вигляді можна записати у вигляді:

$$A \cdot E = b \quad (6)$$

де  $A$  — матриця розміром  $N \times N$ ;

$E$  — вектор, розміром  $N \times 1$ , зі значеннями поля у вузлах трикутників;

$b$  — вектор, розміром  $N \times 1$ , який визначається струмом збудження.

Елементи матриці  $A$  визначаються через подвійні інтеграли по площі трикутників, які обчислюються в аналітичному вигляді [10]:

$$\iint_{S_{\Delta}} (\vec{\nabla}_t \alpha_j \cdot \vec{\nabla}_t \alpha_i) dS = \frac{1}{4S_{\Delta}} (b_i b_j + c_i c_j)$$

$$\iint_{S_{\Delta}} (\alpha_j \cdot \alpha_i) dS = \begin{cases} \frac{S_{\Delta}}{6}, & i = j, \\ \frac{S_{\Delta}}{12}, & i \neq j. \end{cases}$$

Задамо струм у вигляді лінійного провідника, однорідного в поздовжньому напрямку:

$$J_z(x, y) = I_0 \cdot \delta(x - x_s) \delta(y - y_s)$$

де  $\delta(r)$  — дельта функція Дірака;

$x_s, y_s$  — координати джерела.

Тоді інтеграл  $\iint_{S_\Delta} \alpha_i \cdot J_z dS$ , який визначає елементи вектора  $b$  можна об-

числити використовуючи властивість дельта функції:

$$\iint_S \alpha_i \cdot J_z dS = \iint_S \alpha_i(x, y) \cdot \delta(x - x_s) \cdot \delta(y - y_s) dS = \alpha_i(x_s, y_s)$$

Для виконання граничної умови  $E_z = 0$  на обмежуючому металевому контурі, необхідно присвоїти елементам матриці  $E$ , що відповідають вузлам, які лежать на металевій поверхні, нульове значення  $e_{zj} = 0$ , при цьому із системи (6) викреслюються строки та стовбці з номерами, які відповідають номерам граничних вузлів [9, с.103].

При розв'язку зворотної задачі – визначенні параметрів (комплексної діелектричної проникності) об'єкта дослідження за вимірним значенням поля навколо об'єкта, необхідно розв'язати систему нелінійних рівнянь відносно  $\varepsilon$ :

$$F(\varepsilon) = E \quad (7)$$

де:  $F(\varepsilon)$  — векторна значна функція, яка відображає нелінійну залежність поля від  $\varepsilon$ . Поле навколо об'єкта (6):  $E = A^{-1}(\varepsilon) \cdot b$  залежить від  $\varepsilon$  нелінійно, оскільки елементи зворотної матриці  $A^{-1}(\varepsilon)$  нелінійно залежать від  $\varepsilon$ ;

$\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_m]$  — вектор, елементи якого визначають діелектричну проникність в межах кожного з  $m$  скінчених елементів;

$E = [E_1^1 \ E_2^1 \ \dots \ E_N^{N-1}]$  — вектор, розміром  $\frac{N \cdot (N-1)}{2}$ , зі значеннями поля навколо об'єкта при всіх положеннях  $N$  джерел збудження;

$E_r^s$  — значення поля на  $r$ -ій приймальній антені при  $s$ -ій збуджуючій антені.

Для розв'язку системи (7) її лінеаризують розкладаючи  $F(\varepsilon)$  в ряд Тейлора і утримуючи лише перші два доданки [11, с.275; 12, с.11; 13, с. 882]:

$$F(\varepsilon) \approx F(\varepsilon_0) + F'(\varepsilon_0) \cdot (\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (8)$$

де  $\varepsilon_0$  — значення, в околі якого  $F(\varepsilon)$  заміняються лінійною функцією від  $\varepsilon$ .

Підставивши (8) у (7) отримаємо:

$$J(\varepsilon_0) \cdot \Delta\varepsilon = \Delta E \quad (9)$$

де  $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0$ ;

$\Delta E = E - F(\varepsilon_0)$ ;

$$J(\varepsilon) = \left. \frac{\partial F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_1^1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial E_1^1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_2} & \dots & \frac{\partial E_1^1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_m} \\ \frac{\partial E_2^1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial E_2^1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_2} & \dots & \frac{\partial E_2^1(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial E_N^{N-1}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial E_N^{N-1}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_2} & \dots & \frac{\partial E_N^{N-1}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_m} \end{bmatrix} \quad \text{— матриця}$$

чутливості (Якобіан) яка відображає зміну поля до зміни параметрів об'єкта.

Для обчислення матриці чутливості можна застосувати стандартний метод [14], використовуючи (6), отримаємо:

$$J(\varepsilon) = \frac{\partial E}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial (A^{-1}(\varepsilon) \cdot b)}{\partial \varepsilon} = -A^{-1}(\varepsilon) \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} A^{-1}(\varepsilon) \cdot b = -A^{-1}(\varepsilon) \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} E$$

де враховано правило знаходження похідної від оберненої матриці  $A^{-1}(\varepsilon)$ ,

яка залежить від параметра —  $\frac{\partial A^{-1}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = -A^{-1}(\varepsilon) \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} A^{-1}(\varepsilon)$ , а похідна від

матриці  $A(\varepsilon)$  визначається як похідна від її елементів:

$$\left. \frac{\partial A(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{ij} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial \varepsilon}$$

Даний метод є чисельно затратним оскільки необхідно провести обчислення для кожного елемента, що при великій кількості елементів потребує багато часу на обчислення. Чисельно більш ефективний метод використовує принцип взаємності і призводить до наступного виразу для обчислення елементів Якобіана [4, 12, 15]:

$$J_{s,r,k} = \frac{k_0^2}{I_b} \cdot \int_{S_k} E_r \cdot E_s dS_k$$

де  $J_{s,r,k} = \frac{\partial E_r^s}{\partial \varepsilon_k}$  — чутливість зміни поля, вимірюваного в  $r$ -ому положенні,

до зміни діелектричної проникності  $\varepsilon_k$  в  $k$ -ому елементі, при збуджуючому струмі  $J_s$ , розташованому в  $s$ -ому положенні;

$E_s$  — поле, в межах  $k$ -ого елемента, створене струмом  $J_s$ , що розташований в  $s$ -ому положенні;

$E_r$  — поле, в межах  $k$ -ого елемента, створене струмом  $J_r$ , що розташований в  $r$ -ому положенні;

$S_k$  — площа  $k$ -ого елемента;

$$I_b = -\omega\mu_0 \iint_{S_\Delta} \alpha_i \cdot J_s dS \text{ — значення правої частини у (5).}$$

Якщо розв'язати (9):

$$\Delta\varepsilon = J(\varepsilon_0)^{-1} \Delta E \quad (10)$$

отримаємо зміну  $\Delta\varepsilon$  відносно початкового наближення  $\varepsilon_0$ , а абсолютний розподіл параметрів має вигляд:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$$

Таким чином, розв'язок (10) –  $\varepsilon$  можна використати як нове початкове наближення і розв'язувати (10) доки

$$\Delta E = E_{meas} - F(\varepsilon) \leq \delta,$$

тобто різниця між вимірними значеннями поля  $E_{meas}$  (у випадку чисельного експерименту – обрахованими при відомому розподілі  $\varepsilon$ ) і обчисленими  $F(\varepsilon)$  не буде меншою заданого рівня  $\delta$ .

Оскільки матриця чутливості є прямокутною і погано обумовленою для її обернення в (10) використовують метод регуляризації [12, 16, 17]:

$$\Delta\varepsilon = (J_n^T \cdot J_n + \alpha \cdot R^T \cdot R)^{-1} \cdot J_n^T (\Delta E + \alpha \cdot R^T \cdot R \cdot \varepsilon_n) \quad (11)$$

де  $R$  — матриця регуляризації розміром  $m \times m$ , яка нівелює значні перепади у  $\varepsilon$  за рахунок згладжування розподілу  $\varepsilon$ , і визначається як [12, с.70; 16, с.122, 148]:

$$\begin{cases} R_{i,j} = -1, & i \neq j \\ R_{i,i} = -\sum_{j=1}^m R_{i,j} \end{cases} \quad \text{— коли два елементи є} \quad (12)$$

сусідніми (є спільний хоча б один вузол),

$R_{i,j} = 0$  — коли елементи  $i$  та  $j$  не є сусідніми;

$\alpha$  — коефіцієнт регуляризації, для підбору якого можна використати метод, наведений у [18]:

$$\alpha_n = \beta \cdot \frac{\text{trace}(J_n^T \cdot J_n)}{N} \cdot \frac{\|\Delta E_n\|^2}{\|\varepsilon_n\|^2} \quad (13)$$

де  $\beta$  — параметр, який визначається експериментально [18];

$N$  — кількість невідомих (розмір вектору значень діелектричної проникності);

$\text{trace}(J_n^T \cdot J_n)$  — сума діагональних елементів матриці  $J_n^T \cdot J_n$ ;

$\|\Delta E_n\|$  — норма вектору різниці між вимірними значеннями поля і обчисленими на  $n$ -ій ітерації

$\|\Delta\epsilon_n\|$  — норма вектору значень діелектричної проникності на  $n$ -ій ітерації.

### Чисельні результати

Був проведений розрахунок для структури, зображеної на рис. 2.

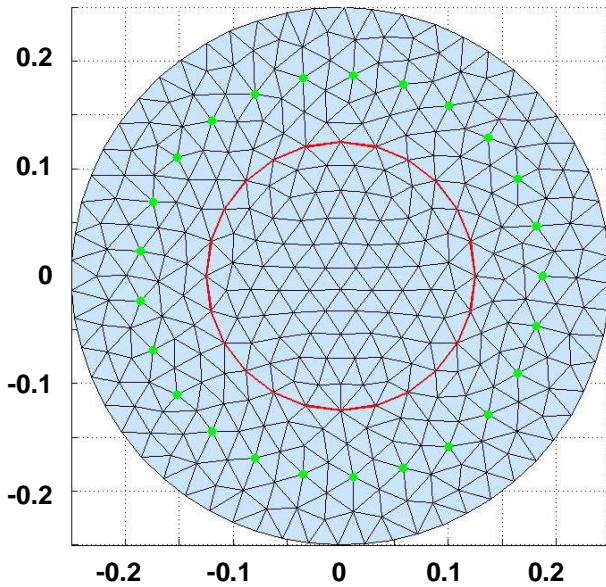


Рис. 2. Поперечний перетин об'єкта дослідження

Об'єкт дослідження, позначений колом, розбитий на 164 елемента, антени навколо об'єкта позначені точками. Параметри об'єкта:  $R = 0.25$  м – радіус металевого екрану,  $R_{ob} = 0.5 \cdot R$  – радіус об'єкту дослідження, довжина хвилі приблизно дорівнює стороні трикутника сітки розбиття,  $R_s = 0.75 \cdot R$  – радіус, на якому розташовано 25 лінійних (точкові в поперечному перетині) джерел,  $\epsilon_1 = 1$  – відносна діелектрична проникність області між об'єктом дослідження та металевими стінками екрану.

Використовуючи алгоритм (11) з матрицею та коефіцієнтом регуляризації (12)-(13) можна визначити значення діелектричної проникності об'єкту з точністю до третього знаку. Тобто, якщо навіть один елемент із 164 в межах об'єкту має діелектричну проникність відмінну від інших її можна визначити з точністю до третього знаку, що забезпечує роздільну здатність майже 100%. Такий результат можна пояснити тим, що не враховувався шум в  $E_{meas}$ , і використовувалася однакова сітка розбиття об'єкта на трикутники, для отримання набору даних  $E_{meas}$ , і розв'язку зворотної задачі. Для уникнення накладання такої інформації, яка відсутня в реальному експерименті, необхідно використовувати різну сітку для отримання набору даних  $E_{meas}$ , і розв'язку зворотної задачі і враховувати шум [17].



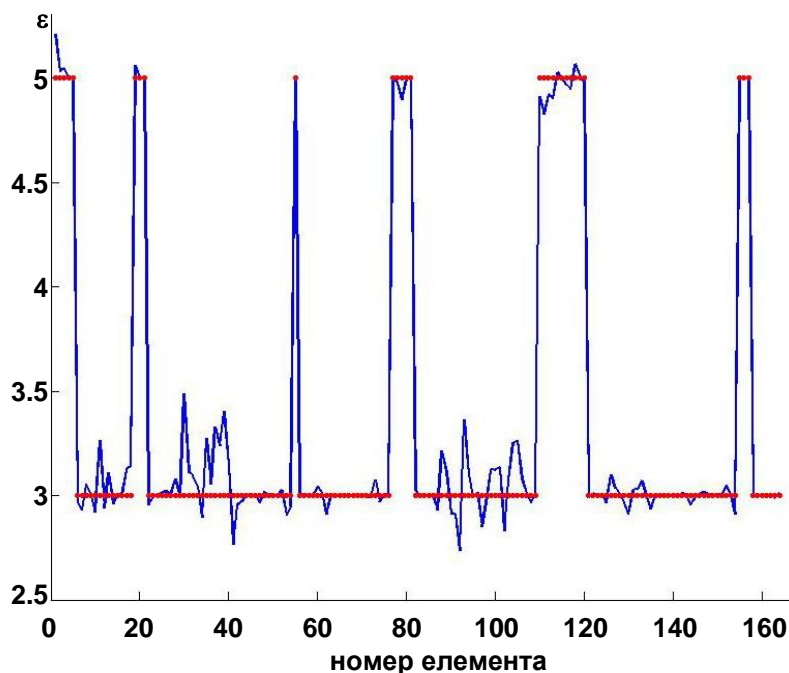


Рис. 3 – Результат реконструкції. Червоною лінією позначено заданий розподіл діелектричної проникності, синьою лінією – реконструйований

На рис.3 наведено залежність значення діелектричної проникності об'єкту від номера елемента після 9 ітерацій, для даних з шумом – відношення сигнал/шум =  $10^4$ , початкове наближення для всіх елементів  $\epsilon_0 = 1$ . Для меншого відношення сигнал/шум реконструйоване значення діелектричної проникності дає невірні результати.

### Висновки

Розв'язок зворотної задачі без врахування шумів дає можливість визначення значення діелектричної проникності кожного елемента розбиття об'єкту з точністю до третього знаку.

У разі врахування шумів запропонований алгоритм збігається лише при значному відношенні сигнал/шум. Тому, подальшу роботу необхідно зосередити на вдосконаленні алгоритму розв'язку зворотної задачі, зокрема на алгоритмі розрахунку матриці чутливості.

### Перелік посилань

1. Mojabi P. Eigenfunction contrast source inversion for circular metallic enclosures / P. Mojabi, J.L.Vetri // *Inv. Problems.*–2010.–Vol.26.–№2. – pp.1–23.
2. Gilmore C. Microwave Imaging of Human Forearms: Pilot Study and Image Enhancement / C. Gilmore, A. Zakaria., S. Pistorius., J.L.Vetri // *Intern. Journal of Biomed. Imaging.*–2013.– pp.1–17.
3. Fang Q. Computational Methods for Microwave Medical Imaging: PhD Thesis / Qianqian Fang; Thayer School of Engineering Dartmouth College.–Hanover, New Hampshire, 2004.–357 p.
4. Drogoudis D.G. Microwave tomography employing an adjoint network based sensitivity matrix/D.G. Drogoudis, G.A. Kyriacou, J.N. Sahalos // *PIERS.*–2009.–Vol.94.–№6.– p.213–242
5. Gilmore C. Enhancement of microwave tomography through the use of electrically conducting enclosures / C. Gilmore, J.L.Vetri // *Inv. Problems.*–2008.–Vol.24.–№3. – pp.1–

6. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн: Учеб. пособие для вузов.—3-е изд., перераб. и доп / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. — М.: Наука. Гл.ред. физ-мат. лит.,1989.—544с.— ISBN 5-02-014033-3.
7. Okechukwu F.E. Medical imaging / Okechukwu F.E. — Croatia.: Intech Publisher,2011.—400 p. — ISBN 978-953-307-774-1.
8. Volakis J.L. Finite Element Method for Electromagnetics. / J.L Volakis, A. Chatterjee, L.C. Kempel. — New York: IEEE PRESS,1998.—344p.— ISBN 0-7803-3425-6.
9. Jin J. The finite element method in electromagnetics. Sc.Ed. / Jin J. — New York: Wiley-Interscience, 2002.—753p. — ISBN 0-471-43818-9.
10. Reddy C.J. Finite element method for eigenvalue problems in electromagnetics / C.J. Reddy, M.D. Deshpande, C.R. Cockrell, F.B. Beck // NASA, Langley Res.Center, Hampton, VA, Tech.Rep.—1994.—28p.
11. Aster R.C. Parameter estimation and inverse problems. Sc.Ed / Aster R.C., Borchers B., Thurber C.H. — Amsterdam: Elsevier, 2005.—301p.—ISBN 0-12-065604-3.
12. Soleimani M. Image and shape reconstruction methods in magnetic induction and electrical impedance tomography: PhD thesis / Manuchehr Soleimani; University of Manchester. Faculty of Engineering and Physical Sciences School of Mathematics.—Manchester,2005.—247 p
13. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев.— М.: Наука, 1980.— 976 с.
14. Yorkey T.J. Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography / T.J. Yorkey, J.G. Webster, W.J. Tompkins // IEEE Trans.on Biomed. Eng.—1987.—Vol.34.—№11.—pp. 843-852.
15. Fang Q. Microwave image reconstruction from 3-D fields coupled to 2-D parameter estimation / Q. Fang, P.M. Meaney, S.D. Geimer, A.V. Streltsov, K.D. Paulsen // IEEE Trans.on Med. Imag.—2004.—Vol.23.—№4.—pp. 475-484.
16. Polydorides N. Image reconstruction algorithms for soft-field tomography: PhD thesis/ Nicholas Polydorides; University of Manchester. Institute of science and technology.—Manchester,2005.—250 p.
17. Lionheart W.R.B. EIT reconstruction algorithms: pitfalls, challenges and recent developments / W.R.B. Lionheart // Physiol.Meas.—2004.—Vol. 25.—№1.—p.125-142.
18. Franchois A. Microwave Imaging-Complex Permittivity Reconstruction with a Levenberg-Marquardt Method / A. Franchois, C.Pichot // IEEE Trans.on Anten. Prop.—1997.—Vol. 45.—№2.—pp. 203-215.

### References

1. Mojabi P., Vetri J.L. (2009) Eigenfunction contrast source inversion for circular metallic enclosures. [Inv.Problems](#). Vol. 26, No. 2, pp.1-23.
2. Gilmore C., Zakaria A., Pistorius S., Vetri J.L. (2013) Microwave Imaging of Human Forearms: Pilot Study and Image Enhancement. [Intern.Journal of Bio-med.Imag](#).Vol.2013, p.1-17
3. Fang Q. (2004) Computational Methods for Microwave Medical Imaging: [PhD Thesis](#) / Thayer School of Engineering Dartmouth College.—Hanover, New Hampshire, 357 p
4. Drogoudis D.G., Kyriacou G.A., Sahalos J.N. (2009) Microwave tomography employing an adjoint network based sensitivity matrix. [PIERS](#), Vol. 94, No. 6, pp.213-242
5. Gilmore C., Vetri J.L. (2008) Enhancement of microwave tomography through the use of electrically conducting enclosures. [Inv. Problems](#), Vol.24, No.3, pp.1-21
6. Nikolskiy V.V., Nikolskaya T.Y. Elektrodinamika i rasprostranenie radiovoln [Elec-

trodynamics and wave propagations]. Moscow, 1989. 544p.

7. Okechukwu F.E. Medical imaging. Croatia, Intech Publisher, 2011. 400 p.
8. Volakis J.L., Chatterjee A., Kempel L.C. Finite Element Method for Electromagnetics. New York, IEEE PRESS, 1998. 344p.
9. Jin J. The finite element method in electromagnetics. Sc.Ed. New York, Wiley-Interscience, 2002, 753p.
10. Reddy C.J., Deshpande M.D., Cockrell C.R., Beck F.B. Finite element method for eigenvalue problems in electromagnetics. NASA, Langley Res.Center, Hampton, VA, [Tech.Rep.](#) 1994, 28p.
11. Aster R.C. Parameter estimation and inverse problems. Sc.Ed. Amsterdam, Elsevier, 2005, 301p.
12. Soleimani M. (2005) Image and shape reconstruction methods in magnetic induction and electrical impedance tomography: [PhD thesis](#) / University of Manchester. Faculty of Engineering and Physical Sciences School of Mathematics.–Manchester, 247 p.
13. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov [Handbook of mathematics for engineers and students of technical colleges]. Moscow, 1980. 976 p.
14. Yorkey T.J., Webster J.G., Tompkins W.J. (1987) Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography. [IEEE Trans.on Biomed.Eng.](#) Vol.34, No.11, pp.843-852.
15. Fang Q., Meaney P.M., Geimer S.D., Streltsov A.V., Paulsen K.D. (2004) Microwave image reconstruction from 3-D fields coupled to 2-D parameter estimation. [IEEE Trans. on Med. Imag.](#) Vol.23, No.4, pp.475-484.
16. Polydorides N. (2002) Image reconstruction algorithms for soft-field tomography: [PhD thesis](#) / University of Manchester. Institute of science and technology.– Manchester, 250 p.
17. Lionheart W.R.B. (2004) EIT reconstruction algorithms: pitfalls, challenges and recent developments. *Physiol.Meas.* Vol. 25, No.1, p.125-142
18. Franchois A., Pichot C. (1997) Microwave Imaging-Complex Permittivity Reconstruction with a Levenberg-Marquardt Method. *IEEE. Trans.on Anten. Prop.* Vol. 45, No.2, pp. 203-215.

*Гусева О. В., Горб М. С. Задача мікрохвильової візуалізації для двовимірної екранованої структури. Наведено алгоритм розв'язку задачі мікрохвильової візуалізації для двовимірної екранованої структури. Пряма задача розв'язується методом скінчених елементів, зворотна задача – ітераційним методом Ньютона-Гауса з використанням регуляризації за Тихоновим. Матриця чутливості обчислюється за допомогою чисельно ефективного методу на основі принципу взаємності.*

*Отримані незадовільні результати розв'язку зворотної задачі, оскільки алгоритм збігається лише при значному відношенні сигнал/шум. Тому, подальшу роботу необхідно зосередити на вдосконаленні алгоритму розв'язку зворотної задачі.*

**Ключові слова:** мікрохвильова візуалізація, метод скінчених елементів, метод Ньютона-Гауса

*Гусева Е. В., Горб Н. С., Задача микроволновой визуализации для двумерной экранированной структуры. Приведен алгоритм решения задачи микроволновой визуализации для двумерной экранированной структуры. Прямая задача решается методом конечных элементов, обратная задача - итерационным методом Ньютона - Гауса с использованием регуляризации по Тихонову. Матрица чувствительности вычисля-*

ється з допомогою численно ефективного методу на основі принципу взаємності.

Получены неудовлетворительные результаты решения обратной задачи, поскольку алгоритм сходится только при значительном отношении сигнал/шум. Поэтому, дальнейшую работу необходимо направить на доработку алгоритма решения обратной задачи.

**Ключевые слова:** микроволновая визуализация, метод конечных элементов, метод Ньютона - Гаусса

*Guseva E. V., Gorb M. S. Two dimensional microwave imaging of shielded objects.*

Introduction. Microwave imaging is noninvasive method for determination objects internal structure (complex dielectric permittivity) by means of electromagnetic fields. Algorithm for solving microwave imaging problem of two-dimensional shielded objects is described.

Methods. The direct problem is solved by finite element method, inverse problem by iterative Newton - Gauss method using Tikhonov regularization. Sensitivity matrix is calculated with numerically efficient method based on the reciprocity principle.

Results. Solution of the inverse problem without noise makes it possible to determine the value of the dielectric constant of each element of the object up to a third mark. In the case of incorporation of noise, results of the inverse problem solution are unsatisfactory, since the algorithm converges only with significant signal/noise ratio.

Conclusions. Further work should be directed to improve algorithm for solving the inverse problem, , especially on the algorithm of calculating the sensitivity matrix.

**Keywords:** microwave imaging, finite element method, Newton – Gauss method