

## **АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ СПИРАЛИ**

*Ковальчук Д.А.*

*Севастопольский национальный технический университет,  
г. Севастополь, Украина*

### **Введение**

Расчет и анализ входного сопротивления плоской спиральной антенны (ПСА) различной геометрической конфигурации представляет собой сложную задачу электродинамики, аналитическое решение которой в строгой формулировке до настоящего времени не получено. Это связано, прежде всего, с отсутствием подходящей системы координат, в которой поверхность криволинейных проводников, к которым также относятся и спиральные, точно совпадала бы с координатными осями, и соответственно невозможностью, по этой причине, разделения переменных в классических уравнениях электродинамики. Поэтому для оценки и анализа входных характеристик ПСА используют эмпирические данные, полученные экспериментальным путем, либо различного вида упрощения и приближения в постановке задачи исследования. Применение эмпирических результатов для анализа входного сопротивления ПСА существенно ограничено, вследствие многообразия конструктивных особенностей антенн. В данной работе приведен анализ расчета входного сопротивления логарифмической спирали, а также сравнительный анализ теоретических и экспериментальных данных.

### **Анализ входного сопротивления логарифмической спирали**

Рассмотрим теорему Пойнтинга, которая в своем классическом представлении применительно к излучающим системам описывает закон сохранения энергии. Будем считать, что излучающий проводник занимает в однородной изотропной среде с нулевой проводимостью ( $g = 0$ ) некоторый объем  $v_0$ . В данном объеме по известному закону распределена объемная плотность электрического тока  $\vec{J}$ , возбуждаемая сторонним источником поля с заданной напряженностью  $\vec{E}_{\text{ст}}$ . Введем область  $v$ , ограниченную поверхностью  $\Omega$ , которая охватывает излучающий объем  $v_0$ , где электрические токи отличны от нуля ( $g \neq 0$ ). Без потери общности рассмотрения, радиус ограничивающей поверхности  $S_{\text{сф}}$  можем устремить к бесконечности  $\Omega \rightarrow \infty$ , что позволяет рассматривать дальнюю зону антенны, где мнимая часть вектора Пойнтинга равна нулю. Учтем также “тонкопроволочное приближение”, согласно которого размеры поперечного сечения проводника много меньше его длины  $s$  и длины волны. Тогда от объемного рас-

пределения электрических токов можно перейти к линейному распределению  $I(s)$  вдоль длины проводника, и теорема Пойнтинга в интегральной форме может быть представлена следующим выражением:

$$\int_s I^* \vec{E}_{\text{cr}} d\vec{s} = j\omega \int_v [\mu \vec{H} \vec{H}^* \times \varepsilon \vec{E} \vec{E}^*] dv + \int_{v_0} \frac{\vec{J} \vec{J}^*}{g} dv + \int_{\Omega} [\vec{E} \times \vec{H}^*] d\Omega. \quad (1)$$

Представленное выражение (1), точнее каждое из слагаемых (1), имеют вполне определенный физический смысл. Так, последние два слагаемых, в конечном счете, определяют для излучателя потери, соответственно характеризуемые средней мощностью тепловых (омических) потерь в объеме  $v_0$ , занимаемом излучателем, и средней мощностью, излучаемой через поверхность  $\Omega$ . Эти слагаемые в соответствии с законом сохранения энергии должны быть скомпенсированы источником стороннего поля. Следовательно, действительная составляющая  $\text{Re} \int_s I^* \vec{E}_{\text{cr}} d\vec{s}$  левой части (1) определяет среднюю (активную) мощность, отдаваемую источником поля в объеме  $v_0$ , мнимая составляющая  $\text{Im} \int_s I^* \vec{E}_{\text{cr}} d\vec{s}$ , соответственно равная первому слагаемому (1) является реактивной мощностью источника поля, характеризующая запасенную электромагнитную энергию в ближней и промежуточной зонах антенны.

Рассматривая антенну с другой позиции, а именно с точки зрения теории электрических цепей, необходимо отметить, что излучатель представляет собой по отношению к линии передачи определенную нагрузку и, следовательно, может быть заменен некоторым эквивалентным двухполюсником с соответствующим входным сопротивлением  $Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}}$ .

Тогда, переходя от мощностей, к соответствующим составляющим входного сопротивления, путем деления на амплитудное значение квадрата тока, получаем

$$R_{\text{вх}} = \begin{cases} \frac{1}{I_0 I_0^*} \text{Re} \int_s I^* \vec{E}_{\text{cr}} d\vec{s}; \\ \frac{1}{I_0 I_0^*} \int_{\Omega \rightarrow \infty} [\vec{E} \times \vec{H}^*] d\Omega; \end{cases} \quad X_{\text{вх}} = \begin{cases} \frac{1}{I_0 I_0^*} \text{Im} \int_s I^* \vec{E}_{\text{cr}} d\vec{s}; \\ \frac{\omega}{I_0 I_0^*} \int_v [\mu \vec{H} \vec{H}^* \times \varepsilon \vec{E} \vec{E}^*] dv. \end{cases} \quad (2)$$

Расчет, производимый по электромагнитному полю непосредственно у поверхности проволочной антенны принято называть расчетом по методу наведенных ЭДС (согласуется с выражениями, полученными на основе теоремы взаимности). Расчет по нижним выражениям (2), определяющим поток активной мощности через  $\Omega$  и разность запасенных в объеме  $v$  средних энергий магнитного и электрического полей, называют расчетом по методу комплексного вектора Пойнтинга.

Таким образом, можно сформулировать следующее заключение: при отсутствии омических потерь в антенне входное сопротивление излучаю-

щей структуры и его энергетические характеристики, определяемые направленными свойствами излучателя, в определенном смысле являются взаимно зависимыми величинами.

Результаты оценки вариационной устойчивости представленных выше выражений для определения входного сопротивления антенны методом наводимых ЭДС представлены в [1]. На основании этих результатов можно утверждать, что отклонение заданной функции тока от истинного значения на величину первого порядка малости, приводит к величине второго порядка малости в определении входного сопротивления (сопротивления излучения) антенны. В [2] также показано, что при точном задании функции распределения тока первая вариация входного сопротивления обращается в нуль, что свидетельствует о стационарности указанного параметра.

Таким образом, использование вариационно-устойчивого функционала, основанного на методе наводимых ЭДС, позволяет получать результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом даже при невысокой точности задания (вычисления) функции амплитудно-фазового распределения тока.

Иной подход к решению интегральных уравнений теории проволочных антенн состоит в использовании итерационной процедуры. Пример решения интегрального уравнения вида для прямолинейного излучающего проводника итерационным методом относительно функции тока достаточно подробно представлен в работах [3, 4]. Суть данного метода сводится к следующему. Интегральное уравнение путем дополнительных преобразований приводится к функциональному виду, который определяется непосредственно искомым распределением тока. Причем коэффициенты, входящее в полученное выражение, также являются функционалами от искомого распределения тока. Далее, вводя известное асимптотическое значение тока (нулевое приближение), находят искомый ток с большей точностью, который, в свою очередь, является следующим шагом приближения. Однако для получения высших порядков приближения даже для простых конфигураций излучающего проводника необходимо использовать довольно сложные и громоздкие математические выражения, вследствие чего данный метод решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений получил ограниченное распространение.

Необходимо отметить, что итерационную процедуру достаточно успешно можно использовать в сочетании с другими методами решения интегральных уравнений, в частности, с вариационным методом. При этом вместо последовательного приближения к искомому значению тока, сформулированная представленным образом итерационная процедура будет характеризовать, как отмечено выше, вариации входного сопротивления (сопротивления излучения), приводя его к стационарному виду.

Представление проволочной антенны эквивалентной длинной линий. В инженерной практике для анализа входного сопротивления проволочных

антенн часто приходится прибегать к различным аппроксимациям, основанным на физической интуиции, вследствие сложности решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений, получаемых при строгой постановке задачи расчета и анализа распределения тока.

Так, хорошо зарекомендовал себя метод эквивалентной длинной линии [4, 6], допускающий распространение на многие виды проволочных антенн. Согласно этому методу, анализируемой антенне ставится в соответствие некоторая эквивалентная длинная линия с распределенным или сосредоточенным включением сопротивления излучения. Эквивалентность здесь подразумевается в том смысле, что погонные параметры длинной линии считаются равными соответствующим усредненным параметрам излучателя, и подбираются таким образом, чтобы входное сопротивление линии наилучшим образом аппроксимировало входное сопротивление антенны и правильно передавало его зависимость от геометрических размеров антенны.

Рассмотрим некоторые модификации этого метода применительно к рамочному излучателю. Метод эквивалентной длинной линии с сосредоточенным включением сопротивления излучения  $R_{\Sigma}$  основывается на замене рамочного излучателя, длиной  $2s$ , по аналогии с [4], эквивалентным отрезком однородной двухпроводной линии без потерь длиной  $s$ .  $R_{\Sigma}$ , включается в виде сосредоточенного сопротивления в пучность тока [4].

$$Z_{\text{вх}} = \frac{R_{\Sigma} + j0,5\rho_a(1 - R_{\Sigma}^2/\rho_a^2)\sin(2ks)}{\cos^2(ks) + R_{\Sigma}^2/\rho_a^2 \sin^2(ks)} \quad (3)$$

где  $\rho_a$  — волновое сопротивление антенны.

Тогда, входное сопротивление антенны  $Z_{\text{вх}}$ , с учетом уравнений длинных линий, можно определить как входное сопротивление эквивалентного отрезка линии, нагруженного на  $R_{\Sigma}$ , на основании выражения (3).

### **Сравнительный анализ теоретического расчета входного сопротивления ПСА и экспериментальных данных**

При расчете входного сопротивления спиральной антенны использовался обобщенный метод наводимых ЭДС, описанный ранее.

Проведены экспериментальные исследования входного сопротивления ПСА в диапазоне частот 2,5...4 ГГц. Измерялись входное сопротивление цилиндрической спиральной антенны и ее модификации в виде полусферической спирали (точка питания подключается в вершине полусферы), переходящей со стороны широкого основания в равношаговую цилиндрическую спираль.

Исследование частотных свойств входного сопротивления спиральных антенн проводилось с помощью измерительного стенда, в основе которого — измеритель комплексных коэффициентов передачи Р4-23.

Была выполнена конструкция однозаходной спиральной антенны: диа-

метр 0,03 м, угол подъема 90, количество витков 5. Результаты проведенных расчетов и измерений входного сопротивления ПСА приведены на рис. 1: сплошная линия — теория, пунктиром показан эксперимент.

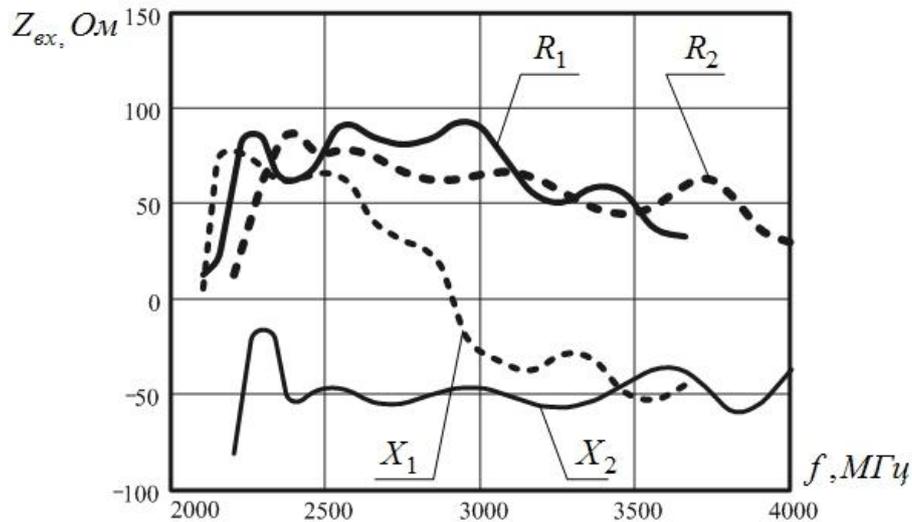


Рис. 1. Результаты расчетов и измерений входного сопротивления ПСА

### Выводы

Результаты экспериментального исследования хорошо согласуются с данными численных расчетов: совпадает характер зависимостей входного сопротивления ПСА от частоты.

Согласно проведенных расчетов и измерений установлено, что входное сопротивление ПСА характеризуется активной составляющей, плавно убывающей и изменяющейся в пределах 80...45 Ом, и реактивной составляющей изменяющейся в пределах -34...-60 Ом.

В итоге экспериментальных исследований входного сопротивления получено достаточное совпадение теоретических и экспериментальных данных. Из этого следует, что проведенные исследования подтверждают достоверность результатов теоретического исследования входного сопротивления, проведенного с помощью метода наведенных ЭДС. Что подтверждает актуальность его использования при расчете теоретического входного сопротивления спиральных излучателей.

### Литература

1. Кривохижа В.П. К определению начальных условий в задачах об излучении плоских логарифмических спиралей // Радиотехника: Республ. межвед. науч.-техн. сб. — Харьков. — 1982. — Вып. 61. — С. 94 — 97.
2. Кочержевский Г.Н. Антенно-фидерные устройства: Учебник для вузов/ Г.Н. Кочержевский, Г.А. Ерохин, Н.Д. Козырев. — М.: Радио и связь, 1989. — 352 с.
3. Яцук К.П., Бойко С.Н. К вопросу о спектре волн плоской логарифмической спирали при несимметричном возбуждении // Радиотехника: Республ. межвед. науч.-техн. сб. — Харьков. — 1982. — Вып. 61. — С. 110 – 116.

4. Яцук К.П., Гребенюк Ю.И. Экспериментальные исследования полей плоской логарифмической спирали // Вестник Харьк. ун-та: Электромагнитные волны в средах. – Харьков. – 1985. — №273. — С. 46 — 48.

5. Лобкова Л.М., Проценко М.Б., Ивашина М.В. Математическая модель поля излучения спиральных антенн с заданной геометрией // Вестник СевГТУ: Информатика, электроника, связь: Сб. науч. тр. — Севастополь: Севастоп. гос. тех. ун-т. — 1999. — Вып. 18. — С. 31 — 37.

6. Елисеев А.И., Хижняк Н.А. Излучение электромагнитных волн плоской логарифмической спиралью конечных размеров // Радиотехника: Республ. межвед. науч.-техн. сб. — Харьков. — 1975. — Вып. 35. — С. 57 — 66.

*Ковальчук Д.А. Анализ методов расчета входного сопротивления логарифмической спирали. В работе приведен сравнительный анализ методов расчета входного сопротивления спиральных излучателей, а также представлены экспериментальные значения входного сопротивления плоской спиральной антенны и теоретические, рассчитанные с помощью метода наведенных ЭДС. Проведено их сравнение.*

**Ключевые слова:** метод, входное сопротивление, плоская спиральная антенна, спиральные излучатели

*Ковальчук Д.А. Аналіз методів розрахунку вхідного опору логарифмічної спіралі. В роботі приведено порівняльний аналіз методів розрахунку вхідного опору спіральних випромінювачів, а також представлені експериментальні значення вхідного опору плоскої спіральної антени та теоретично розраховані методом наведених ЕРС. Проведено їх порівняння.*

**Ключеві слова:** метод, вхідний опір, плоска спіральна антена, спіральні випромінювачі

*Kovalchuk D.A. Analysis methods for calculating the input impedance of a logarithmic spiral. This paper gives a comparative analysis of methods for calculating the input impedance of the spiral izluchataley, as well as the experimental values of the input resistance of the PSA and the theoretical, computed using the method of induced emf. Their comparison.*

**Keywords:** method, input resistance, PSA, analysis, spiral heaters