

ТЕОРИЯ КРУГЛОЙ МИКРОПОЛОСКОВОЙ АНТЕННЫ¹

*Ищенко М. Л., аспирант, Кореновская О. Л., доцент,
Манойлов В. Ф., д.т.н., профессор, Поleshchuk И. И., ст.преподаватель
Житомирский государственный технологический университет,
г. Житомир, Украина,
maosim1@gmail.ru*

THEORY OF CIRCULAR MICROSTRIP ANTENNA.

*Ishchenko M. L. Postgraduate Student; Korenovskaya O. L. PhD, Associate Professor;
Manoylov V. F. Doctor of Engineering, Professor; Poleshchuk I. I. Senior Lecturer
Zhitomir State Technological University, Zhitomir, Ukraine*

Вступление

Современное развитие антенн и устройств СВЧ происходит в тесном взаимодействии со многими отраслями науки и техники. Усложнение радиоэлектронной аппаратуры, требование ее комплексной миниатюризации выдвигают проблему уменьшения размеров антенн. Наиболее перспективным в этом отношении являются антенны в микрополосковом исполнении (МПА) при изготовлении которых используется технология пленочных гибридных интегральных схем СВЧ-диапазона.

За последние годы микрополосковые антенны приобрели широкую популярность, благодаря целому ряду преимуществ, вытекающих из особенностей их конструкции. Типичная конструкция микрополосковой антенны представляет собой проводящую пластину той или иной формы, размещенную на диэлектрической подложке, ограниченной снизу экранной плоскостью. Возбуждение таких антенн осуществляется как прямым гальваническим контактом с микрополосковой линией, или коаксиальным зондом, так и электромагнитной связью через отверстие в экранной плоскости [1, 2, 3]. На диэлектрической подложке могут быть выполнены практически все элементы антенн, линии передачи и устройства СВЧ, поэтому разработка методов расчета и проектирования МПА СВЧ является необходимой.

Известные методики расчета МПА, в том числе и круглой, основываются на различных приближениях: предполагается, что резонатор имеет магнитную стенку, при этом не учитывается влияние излучения и координаты возбудителя на структуру поля, что приводит к значительным ошибкам при наличии потерь в диэлектрике и увеличения высоты диска над экраном.

¹ Электронный вариант статьи: <http://radap.kpi.ua/index.php/radiotechnique/article/view/950>

Постановка задачі. Теоретическая часть

В данной работе задача определения полей МПА решается методом частичных областей. Для этого весь объем ν условно разбивается на две области: внутреннюю ν_i , представляющую собой цилиндрический резонатор электрически малой высоты, образованный диском и экраном и возбуждаемый сторонним током I_z^s , и внешнюю ν^e , связанную с внутренней посредством щели, которая образует боковую стенку резонатора (рис.1). Неизвестные коэффициенты разложения для полей \vec{E}^i, \vec{H}^i и \vec{E}^e, \vec{H}^e определяются из условия непрерывности для касательных составляющих магнитного поля на щели, т.е. приравнивая нулю поверхностную плотность электрического поля [4]

$$\left[\vec{H}_s^i, \vec{n}^i \right] + \left[\vec{H}_s^e, \vec{n}^e \right] = 0, \quad (1)$$

где \vec{H}_s^i, \vec{H}_s^e – векторы магнитных полей на щели со внутренней и внешних областей; \vec{n}^i, \vec{n}^e – внешние нормали для внутреннего и внешнего объемов соответственно.

Рассмотрим цилиндрический резонатор (рис.1) радиуса a , заполненный диэлектриком с проницаемостью ϵ_D ; высота резонатора d , причем $k_D d \leq 1$, $k_D = \omega \sqrt{\epsilon_D \mu_0}$ – волновое число волны ТЕМ в диэлектрике. Учитывая малость высоты, будем считать, что резонатор возбуждается электрическим диполем с моментом тока $I_z^s d$, направленным вдоль оси z и расположенным в точке с координатами ρ_0, ϕ_0, z_0 . Объемная плотность такого стороннего тока имеет вид

$$J_z^s = I_z^s d \delta(\rho - \rho_0) \delta(\phi - \phi_0) \delta(z - z_0) \frac{1}{\rho}.$$

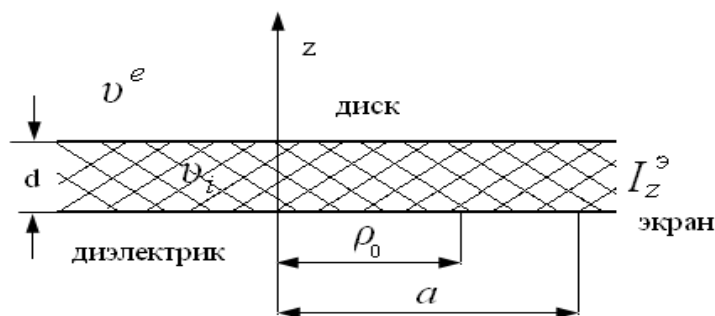


Рис. 1. Микрополосковая антенна

Воспользовавшись решением задачи о возбуждении радиального волновода [4], запишем выражение для продольной составляющей электрического поля в виде суммы падающих и отраженных волн с неизвестными

коефіцієнтами A_{nm} :

$$E_z^i(\rho, \phi, z) = \frac{I_z^0 d}{4\omega \varepsilon_D d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \left[k_D^2 - \left(\frac{\pi m}{d} \right)^2 \right] \cos\left(\frac{\pi m}{d} z_0\right) \times \\ \times \cos\left(\frac{\pi m}{d} z_0\right) e^{-in\phi} \cdot \left[H_n^{(2)}(\nu\rho) - A_{nm} J_n(\nu\rho) \right] J_n(\nu\rho_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} E_{znm}^i e^{in\phi}; \quad (2)$$

$\rho > \rho_0$

где $\nu = -i \sqrt{\left(\frac{\pi m}{d}\right)^2 - k_D^2}$; $\varepsilon_m = \begin{cases} 1 & m = 0 \\ 2 & m \neq 0 \end{cases}$; $H_n^{(2)}(z)$; $J_n(z)$ – функции

Ганкеля и Бесселя.

В силу малости высоты резонатора можно считать, что на щели

$$\vec{H}_s^i = \vec{\phi}_0 H_\phi^i(\alpha, \phi, 0). \quad (3)$$

Представим магнитное поле внутри резонатора $H_\phi^i(\rho, \phi, z)$ также в виде двойной суммы [4, 5]

$$H_\phi^i(\rho, \phi, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} H_{\phi nm}^i e^{-in\phi}; \quad (4)$$

следовательно

$$H_{\phi nm}^i = i I_z^0 d \frac{\varepsilon_m}{4d} \cos\left(\frac{\pi m}{d} z_0\right) \cos\left(\frac{\pi m}{d} z_0\right) J_n(\nu\rho_0) \times \\ \times \left[H_n^{(2)'}(\nu\rho) + A_{nm} J_n'(\nu\rho) \right]; \quad \rho > \rho_0 \quad (5)$$

где штрих означает производную по ρ .

Для $m \neq 0$ при условии $k_D d \ll 1$ имеем $\nu = -i \frac{\pi m}{d}$.

Цилиндрические функции и их производные являются экспоненциально убывающими, причем аргументы функций велики, так как $k_D d \ll 1$.

Учитывая асимптотику цилиндрических функций и их производных от мнимого аргумента, оставим в сумме по m только член с номером $m = 0$ и будем считать $\nu = k_D d$. Данное допущение говорит о том, что при условии малой высоты антенны d структура поля в резонаторе имеет только угловое и радиальное изменения.

Обозначим $H_{\phi n0}^i = H_{\phi n}^i$, $E_{zn0}^i = E_{zn}^i$, $A_{n0} = A_n$, тогда

$$E_{zn}^i = \frac{I_z^{\circ} k_D Z_{ВД}}{4} J_n(k_D \rho_0) \left[H_n^{(2)}(k_D \rho) + A_n J_n(k_D \rho) \right] \text{ при } \rho > \rho_0, \quad (6)$$

$$H_{\phi n}^i = \frac{ik_D I_z^{\circ}}{4} J_n(k_D \rho_0) \left[H_n^{(2)'}(k_D \rho) + A_n J_n'(k_D \rho) \right] \text{ при } \rho > \rho_0, \quad (7)$$

где $Z_{ВД} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_g}}$ – волновое сопротивление волны в диэлектрике.

Рассмотрим решение внешней задачи: то есть получим выражения для полей в области V^e , возбуждаемых касательной составляющей поля E_r в щели. Введем в рассмотрение магнитный ток, протекающий с внешней стороны боковой стенки резонатора,

$$I^{me} = -[\vec{n}_e Z_0, E_z] d = \vec{\phi}_0 E_z(\alpha, \phi, 0) d. \quad (8)$$

Подставляя выражение (6) в (8), получаем

$$I_{\phi}^{me} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{me} e^{-in\phi}; \quad (9)$$

здесь

$$I_n^{me} = -\frac{I_z^{\circ} k_D Z_{ВД}}{4} J_n(k_D \rho_0) \left[H_n^{(2)}(k_D a) - A_n J_n(k_D a) \right] = \frac{I_z^{\circ} k_D d Z_{ВД}}{4} C_n, \quad (10)$$

где

$$C_n = -J_n(k_D \rho_0) \left[H_n^{(2)}(k_D a) + A_n J_n(k_D a) \right]$$

Для определения полей во внешней области вместо щели в виде боковой стенки резонатора, расположенного над экраном, рассмотрим кольцевую щель одностороннего излучения радиуса a и шириной d , прорезанную в бесконечном плоском экране, что допустимо вследствие малой высоты резонатора. Поле \vec{H}^e получим, воспользовавшись решением задачи определения полей круглой рамочной антенны в свободном пространстве и теоремой двойственности. В работе [6] для рамки, выполненной из проводника круглого сечения, приведены формулы для нахождения касательной составляющей поля $E_{\phi}(\phi)$, возбуждаемого током, распределение которого представлено в виде ряда Фурье $I_{\phi}^{\circ}(\phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n^{\circ} e^{-in\phi}$.

Производя замены $I^{\circ} \rightarrow -I^m$, $\vec{E} \rightarrow \vec{H}$, $Z_{B0} = -1/Z_{B0}$, следующие из принципа перестановочной двойственности электрических и магнитных

токов, и удваивая поля, поскольку щель односторонняя, найдем касательную к щели составляющую магнитного поля, возбуждаемую магнитным током

$$H_{\phi}^e(a, \phi) = -\frac{i}{a Z_{ВД}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n I_n^m e^{-in\phi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{\phi n}^e e^{-in\phi}, \quad (11)$$

где $Z_{ВД} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление волны ТЕМ.

Необходимо, однако, иметь в виду, что ленточный проводник шириной d эквивалентен радиусу круглого проводника $d/4$ [7].

На основании представления (10) для коэффициентов разложения магнитного тока в ряд Фурье, получаем

$$\begin{aligned} H_{\phi n}^e(a, \phi) &= i \frac{I_z^{\circ} k_0 d}{4a} \alpha_n J_n(k_D \rho_0) \cdot [H_n^{(2)}(k_D a) + A_n J_n(k_D a)] = \\ &= i \frac{I_z^{\circ} k_0 d}{4a} \alpha_n C_n; \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая, что $H_s^i = \vec{\phi}_0 H_{\phi}^i(a, \phi)$ и $H_s^e = \vec{\phi}_0 H_{\phi}^e(a, \phi)$, исходное уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$H_{\phi}^i(a, \phi) = H_{\phi}^e(a, \phi). \quad (13)$$

Подставив в уравнение (13) выражения (7) и (12), положив $\rho = a$, и приравнявая коэффициенты рядов Фурье $H_{\phi n}^i = H_{\phi n}^e$, получаем систему алгебраических уравнений относительно коэффициента A_n , решая которую, находим:

$$A_n = -\frac{H_n^{(2)}(k_D a) - k_0 d \alpha_n H_n^{(2)} \frac{k_D a}{\alpha}}{J_n'(k_D a) - \frac{k_0 d \alpha_n}{a} J_n(k_D a)}. \quad (14)$$

Подставляя выражение (14) в формулу (10), получаем

$$C_n = -i \frac{J_n(k_D \rho_0)}{\pi k_D a} \cdot \frac{2}{J_{n+1}(k_D a) - \frac{n J_n(k_D a)}{k_D a} + \frac{d}{a \sqrt{\epsilon_{rg}^i} \alpha_n J_n(k_D a)}}; \quad (15)$$

Здесь использовано соотношение [9]

$$Y_n(z)J_{n+1}(z) - Y_{n+1}(z)J_n(z) = \frac{2}{\pi z}.$$

При $\rho_0 = \alpha$ вираження (15) упрощається і равно

$$C_n = \frac{2i}{\pi k_D a} \cdot \frac{1}{\frac{n}{k_D a} - \frac{J_{n+1}(k_D a)}{J_n(k_D a)} - \frac{\alpha_n d}{a\sqrt{\epsilon_{RD}^i}}},$$

где ϵ_{RD}^i – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Поскольку $\alpha_n = -\alpha_{n-1}$, $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$, $Y_{-n}(x) = (-1)^n Y_n(x)$, то $C_n = -C_{-n}$ и распределение магнитного тока можно записать в виде

$$I_\phi^m = -\frac{I_z^0 k_D d Z_{ВД}}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n \cos n\phi + \frac{1}{2} C_0 \right). \quad (16)$$

В выражениях (14) и (15) члены с множителями $\left(\frac{k_0 a}{a}\right) \cdot \alpha_n$ описывают влияние излучения антенны на структуру поля внутри резонатора и, следовательно, на распределение тока вдоль щели. Если пренебречь излучением, то знаменатель, в выражениях для полей будет равен $J'_n(k_D a)$. При условии его обращения в нуль, наступает резонанс, когда амплитуды составляющих поля возрастают в резонаторе до конечной величины. Именно уравнение

$$J'_n(k_D a) = 0, \quad (17)$$

полученное из анализа резонатора с магнитными стенками, является условием приближенного резонанса

в микрополосковой антенне, то есть корни производной функции Бесселя n -го порядка $k_D a = V'_n$ являются соотношениями, связывающими частоту, диэлектрическую проницаемость и радиус антенны.

По известному распределению тока $I^M(\phi)$ можно определить характеристику направленности антенны. Компоненты векторного магнитного потенциала A_x^M , A_y^M в дальней зоне находятся посредством интегрирования следующих выражений [5]:

$$A_x^M = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ik_0 r_0}}{r_0} \int_0^{2\pi} I_\phi^M(\phi') e^{-ik_0 a \sin\theta \cos(\phi-\phi')} a \sin\phi' d\phi'; \quad (18)$$

$$A_y^M = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ik_0 r_0}}{r_0} \int_0^{2\pi} I_\phi^M(\phi') e^{-ik_0 a \sin \theta \cos(\phi - \phi')} a \cos \phi' d\phi',$$

где r_0 – расстояние до точки наблюдения от начала координат.

Подставляя в (18) выражение для тока и используя интегральное представление Зоммерфельда для функции Бесселя [9], тогда имеем

$$J_n(z) = \frac{1}{2\pi} \int_c e^{iz \cos \tau} e^{in(\tau - \pi/2)} d\tau \tag{19}$$

$$(-\eta < \arg z < \pi - \eta, \quad 0 \leq \eta \leq \pi),$$

$$A_x^M = -\frac{e^{-ik_0 r_0}}{2r_0} \frac{a}{k_0 \sin \theta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} n J_n(k_0 a \sin \theta) J_n^M e^{in(\phi + \frac{\pi}{2})}.$$

$$A_y^M = -i \frac{e^{ik_0 r_0}}{2r_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\partial J_n(z)}{\partial z} \left| I_n^M e^{in(\phi + \pi/2)} \right. \\ \left. z = k_0 a \sin \theta \right.$$

Перейдя к составляющим поля в сферической системе координат по формулам

$$A_\theta^M = (A_x^M \cos \phi + A_y^M \sin \phi) \cos \theta; \tag{20}$$

$$A_\phi^M = -A_x^M \sin \phi + A_y^M \cos \phi;$$

и суммируя n ($n \geq 0$), находим

$$E_\theta = E_0 \left[\sum_{n=1}^{\infty} i^{n+1} C_n \frac{\partial J_n(z)}{\partial z} \cos n\phi + \frac{1}{2} C_0 \frac{\partial J_0(z)}{\partial z} \right]; \\ z = k_0 a \sin \theta \tag{21}$$

$$E_\phi = E_0 \left[i^{n+1} C_n \frac{J_n(k_0 a \sin \theta)}{k_0 a \sin \theta} \cos \theta \sin n\phi, \right.$$

где

$$E_0 = \frac{ik_0 a}{2\pi} \frac{e^{-ik_0 r}}{r_0} \frac{k_0 d I_z^{\ominus} Z_{ВД}}{4}.$$

При вычислении характеристик направленности можно упростить выражения для C_n , воспользовавшись условием $k_0 d \ll 1$:

$$C_n \approx i J_n(k_D \rho_0) \frac{J_n(k_D a) Y_n'(k_D a) - J_n'(k_D a) Y_n(k_D a)}{J_n'(k_D a)}. \tag{22}$$

Если размер антенны близок к резонансному, то получаем известный результат [1,2,3]:

$$E_{\theta} = -E_0 J_1(k_D a) \cos \phi \frac{\partial J_1(z)}{\partial z} \Big|_{z = k_0 a \sin \theta};$$

$$E_{\phi} = E_0 J_1(k_D a) \frac{J_1(k_0 a \sin \theta)}{k_0 a \sin \theta} \cos \theta \sin \phi.$$
(23)

Входное сопротивление микрополосковой антенны в соответствии с методом наведенных ЭДС [6] можно вычислить как

$$Z_A = \frac{E_z^i(\rho_0, \phi_0, z_0) d}{I_z^{\text{э}}};$$
(24)

где E_z^i – касательная составляющая электрического поля к возбуждающему проводнику.

Подставляя (14) в (6) и вычисля производные цилиндрических функций (положив $\rho = \rho_0$, $\phi = \phi_0 = 0$, $z = 0$), получаем

$$E_{zn}^i(\rho_0, 0, 0) = i \frac{I_z^{\text{э}} k_D Z_{ВД}}{4} J_n \times$$

$$\times \left[J_n(k_D \rho_0) \cdot \frac{a Y_n'(k_D a) + k_0 d \alpha_n Y_n(k_D a)}{a J_n'(k_D a) - k_0 d \alpha_n J_n(k_D a)} + Y_n(k_D \rho_0) \right] =$$
(25)

$$= i \frac{I_z^{\text{э}} k_D Z_{ВД}}{4} J_n(k_D \rho_0) \frac{k_D a Y_{n+1}(k_D a) - n Y_n(k_D a) + k_0 d \alpha_n Y_n(k_D a)}{-k_D a J_{n+1}(k_D a) + n J_n(k_D a) - k_0 d \alpha_n J_n(k_D a)} +$$

$$+ Y_n(k_D \rho_0).$$

Распределение магнитного тока вдоль щели круглой полосковой антенны (рис.1) можно представить в виде ряда Фурье [2]

$$I_{\phi}^M(\phi) = \frac{I_0^M}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^M \cos n\phi.$$
(26)

Здесь

$$I_n^M = i 120 I_z^{\text{э}} \frac{J_n(k_i \rho_0)}{J_n(k_i a)} \left[-\frac{a}{d} \sqrt{\epsilon_r^i} \frac{J_n'(k_i a)}{J_n(k_i a)} + \alpha_n \right]^{-1},$$

$$J_n'(k_i a) = -\frac{n J_n(k_i a)}{k_i a} + J_{n-1}(k_i a) = \frac{n J_n(k_i a)}{k_i a} - J_{n+1}(k_i a),$$

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_r^i (1 - \operatorname{tg} \delta)} = k_0 \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r^i}$$

$\varepsilon_r^i = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0}$ – относительная диэлектрическая проницаемость; $\operatorname{tg} \delta$ – тангенс

угла потерь диэлектрика; ε_i – абсолютная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Коэффициенты α_n определяют функцию распределения магнитного тока вдоль двухсторонней кольцевой щели, прорезанной в бесконечном экране и возбуждаемой генератором, подключенном при $\varphi = 0$ к краям щели, через зажимы которого протекает ток стороннего источника I_{cm}^e

$$I_{щ}^M(\phi) = -i \frac{I_{cm}^e Z_{B0}}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_0} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\phi}{\alpha_n} \right); \quad (27)$$

$Z_{B0} = 120\pi$ Ом – сопротивление свободного пространства.

Положив $\varphi = 0$ и считая, что входное сопротивление щели равно

$$Z_{щ} = \frac{I_{щ}^M(0)}{I_{cm}^e},$$

получаем

$$Z_{щ} = -i60 \left(\frac{1}{\alpha_0} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \right) = Z_{щ0} + Z_{щ1} + Z_{щ2} \dots,$$

где $Z_{щ0} = -i \frac{60}{\alpha_0}$; $Z_{щ1} = -i \frac{120}{\alpha_1}$ являются импедансами кольцевой щели,

если по ней протекают токи $I_0^M, I_1^M, I_2^M \dots$.

По теореме двойственности [5] запишем аналогичные соотношения для круглой рамочной антенны, эквивалентной данной кольцевой щели.

Распределение тока вдоль рамки, возбуждаемой генератором с ЭДС V_{cm} , имеем вид [5]

$$I_p(\phi) = -i \frac{V_{cm}}{\pi Z_{B0}} \left(\frac{1}{\alpha_0} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\phi}{\alpha_n} \right),$$

отсюда следует

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{Z_{p0}} + \frac{1}{Z_{p1}} + \frac{1}{Z_{p2}} + \dots$$

где

$$Z_{pn} = i \frac{120\pi^2 \alpha_n}{\varepsilon_n}, \quad \varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \neq 0 \end{cases} \quad (28)$$

Таким образом, коэффициенты α_n имеют следующий смысл: мнимая часть $Im\alpha_n$ – определяет активное сопротивление, $Re\alpha_n$ – реактивное сопротивление рамки заданного размера, обтекаемой током $I_n \cos n\phi$.

Входной импеданс антенны, возбуждаемый у края диска ($\rho_0 = a$), можно найти методом наводимых ЭДС из соотношения (24):

$$Z_A = -\frac{E_z(a,0)}{I_z^{\circ}} = -\frac{I_{\phi}^M(0)}{I_z^{\circ}},$$

где $E_z(a,0)$ – касательная к возбуждающему диполю продольная составляющая поля.

Выражения для полей имеют вид

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{\theta}_0 \sum_{n=0}^{\infty} E_{\theta_n} + \vec{\phi}_0 \sum_{n=1}^{\infty} E_{\phi_n}; \\ E_{\theta_0} &= \frac{k_0 a e^{-jk_0 r_0}}{2 r_0} I_0^M J_1(\xi), \\ E_{\theta_n} &= -i^n k_0 a \frac{e^{-jk_0 r_0}}{r_0} I_n^M J_n'(\xi) \cos n\phi; \\ E_{\phi_n} &= -i^n \frac{e^{-jk_0 r_0}}{r_0} n I_n^M J_n(\xi) \operatorname{ctg} \theta \sin n\phi, \quad \xi = k_0 a \sin \phi. \end{aligned} \quad (29)$$

Для полосковых антенн круглой формы размер (радиус диска для данной частоты и определенного диэлектрика) обычно выбирается из условия резонанса первой гармоники поля, пренебрегая влиянием полей излучения на поля в резонаторе

$$J_1'(k_0 a \sqrt{\varepsilon_r^i}) = J_1'(k_{\alpha} a) = 0, \quad \text{т.е. } k_{\alpha} a = 1,841. \quad (30)$$

В действительности резонансная частота несколько отличается от этой, но поскольку в этом случае все выражения существенно упрощаются, дальнейший анализ проведем, используя условие (30), т. е. будем исследовать свойства дисковой антенны в окрестностях резонанса. Положим также, что диэлектрик обладает малыми потерями:

$$\operatorname{tg} \delta \ll 1, \quad k_i a \approx k_{\alpha} a \left(1 - j \frac{\operatorname{tg} \delta}{2} \right), \quad (31)$$

При этих условиях можно пренебречь всеми гармониками, кроме

$n = 1$, и считать $I_\phi^M(\phi) = I_1^m \cos \phi$. Подставляя в (1) значение $k_\alpha a = 1,841$ и вычисля значения функций Бесселя, получаем

$$I_1^M = -i120I_z^3 \left[\alpha_1 - i \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 d} \right]^{-1}. \quad (32)$$

При выводе (32) воспользовались соотношением для функций Бесселя [9]

$$J_\nu = (z + w) = \left(1 + \frac{w}{z}\right)^\nu \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k w^k}{k!} \left(1 + \frac{w}{2z}\right)^k J_{\nu+k}(z), \quad (33)$$

откуда при $Z + w = k_\alpha a(1 - j \operatorname{tg} \delta / 2)$ и условия (31) следует:

$$J_n(k_i a) = J_n(k_\alpha a) + ik_\alpha a \frac{\operatorname{tg} \delta}{2} \left[\frac{2n}{k_\alpha a} J_n(k_\alpha a) - J_{n-1}(k_\alpha a) \right].$$

Входная проводимость тогда определяется формулой

$$Y_\alpha = \frac{1}{120} \left[i\alpha_1 + \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 d} \right]. \quad (34)$$

Поскольку учет излучения приводит к тому, что условие (30) не определяет резонанс в антенне, поправка будет оценена ниже. Учитывая, что вблизи параллельного резонанса σ_A мало меняется, можно приближенно считать, что входное сопротивление на резонансе (когда $X_A = 0$) равно

$$R_{A \text{ рез}} = \sigma_A^{-1} = \frac{120}{-\operatorname{Im} \alpha_1 + \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 d}},$$

причем отметим, что $I'_m \alpha_1 < 0$.

Вычислим коэффициент усиления антенны по известной формуле

$$G_A = \frac{r_0^2 |E|^2}{30 |I_z^3|^2 R_A}.$$

Из (29), после подстановки (32), имеем

$$|E_{\theta_1}| = \frac{k_0 a}{r_0} \frac{120 |I_z^3| \left[J_0(k_0 a \sin \theta) - \frac{J_1(k_0 a \sin \theta)}{k_0 a \sin \theta} \right]}{\left| \alpha_1 - j \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 a} \right|},$$

из (34) находим

$$R_A = \frac{120 \left(-J_m \alpha_1 + \frac{1,807}{k_0 d} \operatorname{tg} \delta \right)}{\left| \alpha_1 - j \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 d} \right|^2}.$$

Тогда

$$G(\theta) = \frac{4(k_0 a)^2}{-J_m \alpha_1 - \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 d}} \left[J_0(k_0 a \sin \theta) - \frac{J_1(k_0 a \sin \theta)}{k_0 a \sin \theta} \right]^2. \quad (35)$$

Максимальное значение усиления равно

$$G_{\max} = G(0) = \frac{2(k_0 a)^2}{|J_m \alpha_1| + \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{k_0 d}}. \quad (36)$$

Коэффициент направленного действия (КНД) находится из (35) или (36) при $\operatorname{tg} \delta = 0$ и определяется соотношением

$$\eta_A = \frac{G}{D} = \left(1 + \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{|J_m \alpha_1| k_0 d} \right)^{-1} \approx 1 - \frac{1,807 \operatorname{tg} \delta}{|J_m \alpha_1| k_0 d}. \quad (37)$$

Такой же результат получается из соотношения (34) для проводимостей, если считать, что проводимость излучения $G_\Sigma = \operatorname{Re} Y_A$ при $\operatorname{tg} \delta = 0$, а к.п.д равен $\eta_A = G_\Sigma / G_A$.

Для получения в явной форме выражения, определяющего коэффициент α_1 , предположим в дальнейшем, что выполняется условие

$$k_0 \alpha < 1. \quad (38)$$

Из основного условия (30) следует, что (38) справедливо при $\sqrt{\varepsilon_r^i} > 1,841$, т.е. $\varepsilon_r^i > 3,389$. Это ограничивает использование полученных ниже формул случаем диэлектриков с большой проницаемостью (стеклопластик, керамика, поликор и т.п.), но оправдывается возможностью получения простых расчетных соотношений, которые позволяют проанализировать в явном виде основные закономерности.

Прежде всего найдем выражения, определяющие коэффициенты α_n . Из (28) следует

$$\alpha_n = -i \frac{Z_{pn}}{120\pi^2} \varepsilon_n.$$

Активное сопротивление рамки найдем методом вектора Пойнтинга, интегрируя поля, возбуждаемые током $I_n \cos n\phi$. С учетом условия (38) получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \alpha_0 &= -(k_0 a)^4 / 6; \\ \operatorname{Im} \alpha_1 &= -\frac{(k_0 a)^2}{3} \left(1 - \frac{2}{5} (k_0 a)^2 \right); \\ \operatorname{Im} \alpha_n &= -\frac{(2n+1)!! - n(2n-1)!!}{2\Gamma(n)(2n-1)!!(2n+1)!!} (k_0 a)^{2n}, \quad n > 1. \end{aligned} \quad (39)$$

Для нахождения величин X_{pn} предположим, что ток в рамке распределяется по косинусоидальному закону, как это обычно считают в элементарной теории линейных антенн [4].

$$I_p(\phi) = I_m \cos(k_0 a \phi) = \frac{V_{cm} \cos(k_0 a \phi)}{i\rho \sin(k_0 a \pi)}. \quad (40)$$

Так как $U(\phi) = iI_m \rho \sin(k_0 a \phi)$; I_m – ток в пучности; ρ – волновое сопротивление рамки; генератор V_{cm} включен при $\phi = \pi$. Для ρ известна формула (2)

$$\rho = 120 \left(\frac{\pi}{2} + \ln \frac{4}{\pi} - 2 \right). \quad (41)$$

Разложим (40) в ряд Фурье

$$I_0 = \frac{I_m}{\pi} \frac{\sin ka\pi}{ka}, \quad I_1 = \frac{I_m}{\pi} \sin ka\pi \frac{k\alpha}{(k\alpha)^2 - 1}, \dots$$

Подставив (41) в выражение для I_m и считая, что $X_{pn} = V_{cm} / I_p(\phi = \pi)$, имеем

$$\operatorname{Re} \alpha_n = \frac{X_{pn}}{120\pi^2} = -\frac{n^2 - (k_0 a)^2}{k_0 a \pi} \left(\frac{\Omega}{2} + \ln \frac{4}{\pi} - 2 \right), \quad (42)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

На рис.2 представлены значения α_1 , рассчитанные по формулам (39) и (42) и по строгим соотношениям; представляющим интегралы от специальных функций и требующих больших затрат машинного времени для

вычисления. Аналогичные результаты оказываются и для других α_n .

Формулу для к.н.д. D получим из (36), положив $\text{tg} \delta = 0$ и подставив $I_m \alpha_1$ из (39):

$$D_{\max} = \frac{3}{\left(1 - \frac{2}{5}(k_0 \alpha)^2\right)} \approx 3 \left[1 + \frac{2}{5}(k_0 \alpha)^2\right]. \quad (43)$$

На рис.3 показаны кривые КНД, рассчитанные по приближенной простой формуле (43), и посредством численного интегрирования диаграмм направленности. Совпадение достаточно хорошее при $k_0 \alpha \leq 1$ ошибка не превышает 5%.

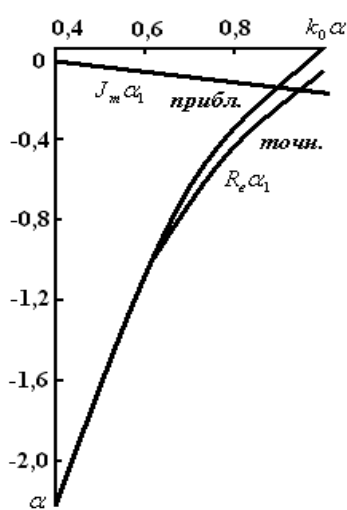


Рис.2. Рассчитанные значения α_n

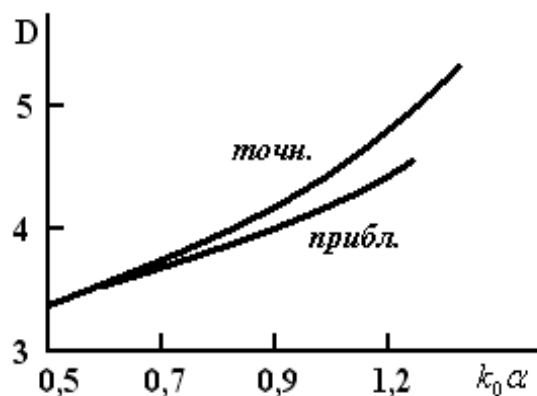


Рис.3. Расчет к.н.д. антенны

Для к.п.д. антенны из (37) находим,

$$\eta_A = \left[1 + \frac{7 \text{tg} \delta}{3\pi V / \lambda^3}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{\pi \text{tg} \varepsilon_r^i \delta}{2 k_0 d}\right]^{-1}, \quad (44)$$

где V – объем резонатора.

Формула (44) наглядно иллюстрирует роль различных факторов – качества диэлектрика и объема резонатора на величину КПД. На рис.4 показаны графики η_A для различных размеров антенны и тангенса угла потерь диэлектрика; там же показаны значения η_A , рассчитанные по строгой теории.

Напомним, что все расчеты проводились при условии (30), когда частота отличается от резонансной, т.е. резонансный размер антенны $(k_d a)_{\text{рез}}$ отличается от $k_d a = 1,841$:

$$\Delta = (k_d a)_{рез} - 1,841.$$

Определим величину Δ , которая зависит в первую очередь от высоты антенны $k_0 d$, из условия равенства нулю реактивной проводимости антенны $B_A = 0$.

Из уравнения (26), пренебрегая комплексностью диэлектрической проницаемости, получаем

$$\frac{a}{d} \frac{k_d a J_2(k_d a) - J_1(k_d a)}{k_0 \alpha J_1(k_d a)} + \text{Re} \alpha_1 = 0. \quad (45)$$

Подставляя (42) в (45) и используя выражение (33) для функций Бесселя от суммы двух аргументов, положив $(k_d a)_{рез} = 1,841 + \Delta$, $\Delta \ll 1,841$, после преобразований находим

$$\begin{aligned} \Delta &= - \frac{J_1(1,841) \left(\frac{\Omega}{2} + \ln \frac{4}{\pi} - 2 \right)}{\frac{3\pi a}{d} J_2(1,841) - \frac{J_1(1,841)}{1,841} \left(\frac{\pi a}{d} - \frac{\Omega}{2} - \ln \frac{4}{\pi} - 2 \right)} = \\ &= - \frac{\Omega \cdot 0,285 - 1}{\frac{\pi a}{d} 0,618 + \Omega \cdot 0,147 - 0,544}. \end{aligned}$$

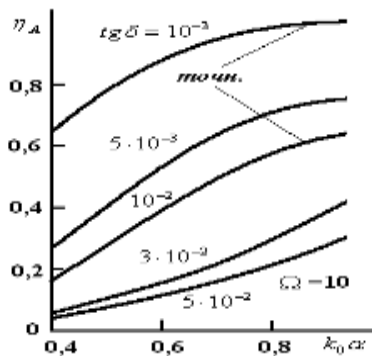


Рис.4. Графики к.п.д.

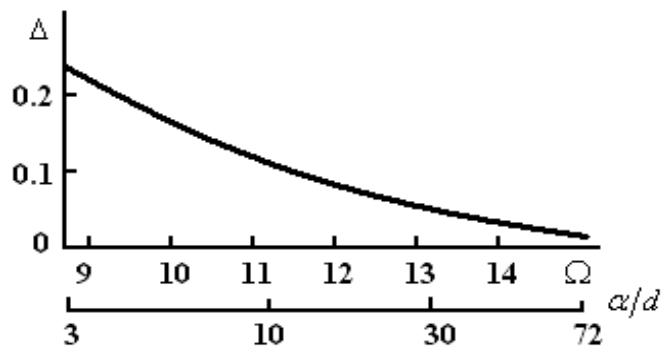


Рис.5. Графики коэффициента Δ

Результаты расчета представлены на рис.5, откуда видно, что резонансная частота понижается по сравнению с даваемой условием (30) и для «толстых» антенн изменение резонансных размеров может составлять десять процентов.

Входная проводимость антенны при $k_d a = 1,841$, т.е. вблизи резонанса, определяется формулами:

$$G_A = \frac{1}{720} \left[(k_0 a)^2 \left(1 - 0,4(k_0 a)^2 \right) + \frac{7\pi}{4} \frac{tg \delta}{k_0 d} \right],$$

$$B_A = \frac{1}{240} \frac{\frac{\Omega}{2} + \ln \frac{4}{\pi} - 2}{k_0 a \pi}.$$

Считая добротность антенны вблизи резонанса медленно меняющейся функцией, определим ее по известной формуле

$$Q_A = \frac{\omega}{2G} \left| \frac{\partial B_A}{\partial \omega} + \frac{B_A}{\omega} \right| = \frac{k_0 a}{2G_A} \left| \frac{\partial B_A}{\partial (k_0 a)} - \frac{B_A}{k_0 a} \right|.$$

После преобразований получим

$$Q_A = \frac{32 \frac{a}{d} / \left(\frac{\Omega}{2} + 0,242 \right) - \frac{\Omega}{2} + 1,758}{2\pi k_0 a \left[\frac{(k_0 a)^2}{3} \left(1 - \frac{2}{5} (k_0 a)^2 \right) - \frac{tg \delta}{k_0 d} 1,807 \right]}.$$

В таблице 1 показаны значения ширины основного лепестка ДН микрополосковой антенны в зависимости от вида подложки, ее толщины и диаметра.

Таблица 1

Вид подложки	Параметры $\varepsilon_r, tg \delta$	Толщина под- ложки	Диаметр под- ложки	$2\Delta\theta_{0,5}^0$
ФФ-4	$\varepsilon_r=2,0$ $tg \delta=0,23$	0,1	15,0	74
		0,2	12,0	71
		0,3	10,0	68
СТ-3	$\varepsilon_r=3,0$ $tg \delta=0,0009$	0,1	15,0	75
		0,2	12,0	73
		0,3	10,0	70
ФЛАН-2,8	$\varepsilon_r=2,8$ $tg \delta=0,0015$	0,1	15,0	76
		0,2	12,0	72
		0,3	10,0	68
ФЛАН-5	$\varepsilon_r=5,0$ $tg \delta=0,0015$	0,1	15,0	72
		0,2	12,0	70
		0,3	10,0	68

Из таблицы следует, что с увеличением значений ε_r подложки и ее толщины ширина ДН $2\Delta\theta_{0,5}^0$ уменьшается.

Выводы

Таким образом, полученные приближенные формулы, имея весьма простой вид, позволяют достаточно точно оценить основные электрические характеристики круглых полосковых (дисковых) антенн. Сравнение с расчетами по строгим формулам также показывает хорошее совпадение.

Математическое моделирование микрополосковой антенны, основанное на использовании резонаторной модели, позволяет проводить расчет и проектирование таких излучателей

Литература

1. Панченко Б. А. Микрополосковые антенны / Б.А. Панченко, Е.И. Нефедов. – М. : Радио и связь, 1986. – 225 с.
2. Лось В. Ф. Микрополосковые и диэлектрические резонаторные антенны. – М. : Радиотехника, 2002. – 90 с.
3. Чебышев В. В. Микрополосковые антенны в многослойных средах. – М. : Радиотехника, 2007. – 160с.
4. Иларионов Ю. А. Устройства СВЧ и КВЧ-диапазонов / Ю. А. Иларионов, А. С. Раевский, С. Б. Раевский, А. Ю. Седаков. – М. : Радиотехника, 2013. – 750 с.
5. Нечанов В. А. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн / В. А. Нечанов, Е. И. Нефедов, Г. П. Яровой. – М. : Радио и связь, 2003. – 550 с.
6. Петров Б. Т. Электродинамика и распространение радиоволн. – М. : Горячая линия Телеком, 2003. – 550 с.
7. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. – М.: Высшая школа, 1988. – 350 с.
8. Антенны и устройства СВЧ / Под ред. Д. И. Воскресенского. – М. : Радио и связь, 1994. – 520 с.
9. Морс Ф. М. Методы теоретической физики / Ф.М. Морс, Г. Фешбах. – М. : Ил, 1960. – 897 с.
10. Никопольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никопольский. – М. : Наука, 1973. – 607 с.

References

1. Panchenko B. A. and Nefedov E.I.(1986) *Mikropoloskovyye anteny* [Microstrip antennas]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 225 p.
2. Los' V. F. (2002) *Mikropoloskovyye i dielektricheskie rezonatornyye anteny* [Microstrip and the dielectric resonator antennas]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 90 p.
3. Chebyshev V. V. (2007) *Mikropoloskovyye anteny v mnogoslainykh sredakh* [Microstrip antennas in multilayered media]. Moscow, Radiotekhnika, 160 p.
4. Ilarionov Y. A., Raevskii A. S., Raevskii S. B. and Sedakov A. Yu. (2013) *Ustroystva SVCh I KVCh-diapazonov* [Microwave and EHF devices]. Moscow, Radiotekhnika, 750 p.
5. Nechanov V. A., Nefedov E. I. and Yarovoi G. P. (2003) *Elektrodynamicheckie metody proektirovaniya ustrojstv SVCh i anten* [Electromagnetic methods of design of microwave devices and antennas]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 550 p.
6. Petrov B. T. (2003) *Elektrodynamichecka i resprostraneniye radiovoln* [Electrodynamics and Propagation of microwaves]. Moscow, Gor'achaja linia – Telekom, 550 p.
7. Sazonov D. M. (1988) *Anteny i ustrojstva SVCh* [Antennas and microwave devices]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 350 p.
8. Voskresenskii D. I. eds. (1994) *Anteny i ustrojstva SCH* [Antennas and microwave devices]. Moscow, Radio i sv'az' Publ., 520 p.
9. Mors F. M. and Feshbakh G. (1960) *Metody teoreticheskoi fiziki* [Methods of Theoretical Physics]. Moscow, Il. Publ., 897 p.
10. Nikopol'skii V. V. (1973) *Elektrodynamichecka i rasprostraneniye radiovoln* [Electrodynamics and wave propagation]. Moscow, Nauka Publ., 607 p.

Ищенко М. Л., Кореновская О. Л., Манорйлов В. П., Полищук І. І. **Теорія круглої мікрополоскової антени.** У роботі розглянута методика розрахунку круглої мікрополоскової антени. Сама антена була представлена у вигляді циліндричного резонатора електрично малої висоти. Проведено математичний опис електромагнітних полів як усередині об'єму резонатора, так і полів, що діють на бічній стінці такого резонатора. Розраховані вхідний опір резонатора і антени, що утворена на бічній стінці резонатора, а також коефіцієнт посилення і коефіцієнт спрямованої дії даної антени. Проведено математичне моделювання коефіцієнта спрямованої дії і добротності.

Таким чином, в роботі отримані спрощені формули для визначення основних параметрів круглих мікросмушкових антен.

Ключові слова: Мікрополоскова антена, коефіцієнт посилення, математичне моделювання

Ищенко М. Л., Кореновская О. Л., Манорйлов В. П., Полищук И. И. **Теория круглой микрополосковой антенны.** В работе рассмотрена методика расчета круглой микрополосковой антенны. Сама антенна была представлена в виде цилиндрического резонатора электрически малой высоты. Проведено математическое описание электромагнитных полей как внутри объема резонатора, так и полей, действующих на боковой стенке такого резонатора. Рассчитаны входное сопротивление резонатора и антенны, образованной на боковой стенке резонатора, а также коэффициент усиления и коэффициент направленного действия данной антенны. Проведено математическое моделирование коэффициента направленного действия и добротности.

Таким образом, в работе получены упрощенные формулы для определения основных параметров круглых микрополосковых антенн.

Ключевые слова: Микрополосковая антенна, коэффициент усиления, математическое моделирование

Ischenko M.L., Korenivska O.L., Manoylov V.P. **Theory of microstrip circular antenna.**

The paper discusses the methodology of calculation of circular microstrip antenna. The antenna itself has been presented as a cylindrical resonator electrically small height. The mathematical description of the electromagnetic field inside the cavity volume and fields acting on the side wall of the cavity is presented. Input impedance of the antenna and the resonator formed on the sidewall of the cavity and the gain coefficient of the directional antenna are calculated. An evaluation of mathematical modeling of the simulated values is obtained match within 5%. Mathematical modeling of the directivity factor and the quality factor is performed. To solve the problem of the radial waveguide excitation we used the expression for the longitudinal component of the electric field as a sum of incident and reflected waves with unknown coefficients of reflection. The analytical expressions were derived through the Bessel and Hankel function for them. To determine the field in the outer region of the gap instead of a side wall of the cavity located above the screen the annular slit unilateral radiation slotted in an infinite plane screen is mapped. It is acceptable because of the low height of the cavity. The input impedance of the antenna excited at the edge of the disc was induced electromotive force method. Restrict expression using dielectrics with high permittivity (fiberglass, ceramics, polycor etc.) is presented in this paper, but it provides an opportunity to obtain simple settlement relations. The obtained relations allow to analyze explicitly the basic laws. Due to the miniaturization of microelectronics problem the calculating microstrip antennas is very important. Thus, the approximate formulas with a very simple form provide a good estimate of the basic electrical characteristics of the circular strip (disk) antennas.

Keywords: microstrip antenna, microstrip antenna gain, mathematical modeling