

ІМПЕДАНСНІ МОДЕЛІ ДВОЯМНИХ СТРУКТУР¹

*Гіндікіна М. А., магістрантка; Водолазька М. В., аспірантка;
Адаменко Ю. Ф., к.т.н., доцент; Нелін Є. А., д.т.н., професор
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна,
for_me88@ukr.net*

IMPEDANCE MODELS OF DOUBLE WELL STRUCTURES

*Gindikina M. A., Undergraduate Student; Vodolazka M. V., Postgraduate Student;
Adamenko Yu. F., PhD, Associate Professor; Nelin E. A., Doctor of Engineering, Professor
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine,*

Вступ

Двоямна квантово-механічна структура (ДЯС) має квантово-механічний потенціал у вигляді двох взаємно зв'язаних потенціальних ям. Такий потенціал широко використовується для моделювання систем з двома станами (*two-state systems*), до яких відносяться молекули ряду речовин, стани електронів, фотонів та інших елементарних частинок [1]. В останній час цей потенціал привертає особливу увагу у зв'язку з бурхливим розвитком квантової інформатики. Моделі ДЯС мають не лише значне прикладне, але й важливе педагогічне значення для розуміння фізико-технічних особливостей таких структур, а також особливостей квантово-механічної суперпозиції станів як фундаментальної квантово-механічної концепції [2, 3].

Моделі двоямного потенціалу на основі δ -функцій [4] та прямокутної залежності [2, 3, 5] дозволяють отримати аналітичні рішення, дослідити важливі особливості ДЯС, дають «підказки» відносно конструктивних рішень ДЯС з заданими параметрами.

Традиційно квантово-механічні задачі вирішують у матричній формі зшиванням рішень на границях з умов безперервності хвильової функції та її похідної. В імпедансному підході [6-8] граничні умови враховано автоматично, що суттєво спрощує моделювання; у багатьох випадках рішення має аналітичний характер.

Метою статті є розробка імпедансних моделей ДЯС та дослідження на їх основі характеристик таких структур. Імпедансні моделі дозволяють отримати аналітичні рішення при суттєвому узагальненні задач у порівнянні з відомими традиційно вирішеними задачами. Для спрощення перетворень імпеданси нормовано зі збереженням характеру імпедансу в дисперсивному і реактивному середовищах.

¹ <http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/954>

Аналогія двоємної структури і зв'язаних коливальних контурів

В [9] звернуто увагу на аналогію ДЯС і двох зв'язаних контурів (рис. 1). Двоємний потенціал моделює взаємодію двох атомів, в результаті якої енергетичний рівень поодинокого атома розщеплюється на два близько розташованих рівні. На рис. 1, а і б показано хвильові функції, що відповідають цим рівням.

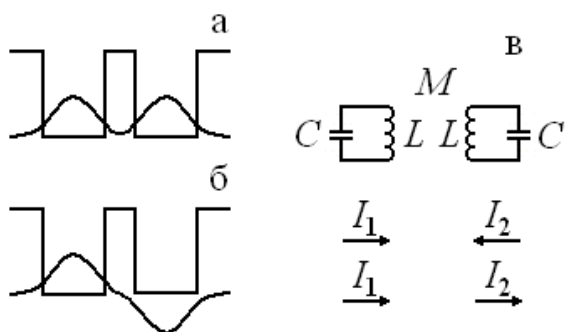


Рис. 1. Хвильові функції для перших рівнів ДЯС та схема зв'язаних контурів: а — симетрична функція нижнього рівня; б — антисиметрична функція верхнього рівня; в — зв'язані контури, C , L , і M — ємність, індуктивність та взаємна індуктивність контурів, $I_{1,2}$ — струми в лівому і правому контурах.

h — постійна Планка; $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 — резонансна частота.

Таким чином, рішення для $\psi(x)$ і $I(t)$ аналогічні, причому аналогом частоти є корінь квадратний з енергії.

Для зв'язаних контурів рівняння для $I(t)$ більш складне, резонансна частота розщеплюється на дві частоти f_I і f_{II} ; $f_{I,II} = f_0 / \sqrt{1 \pm k_{зв}}$, де $k_{зв} = M / L$ — коефіцієнт зв'язку. На нижній частоті струми в контурах синфазні, на верхній — протифазні (рис. 1, в), що аналогічно співвідношенню знаків функції $\psi(x)$ в потенціальних ямах ДЯС. Зв'язок між потенціальними ямами ДЯС залежить від коефіцієнта проходження потенціального бар'єра, який їх відокремлює. Зі зростанням зв'язку зростає ступінь розщеплення рівнів, що визначається різницею значень їх енергій.

ДЯС як система з двома станами виконує функцію логічних операцій, аналогічну бітам у класичному комп'ютері. Загальний стан такої системи (хвильова функція) — q -біт — квантова суперпозиція двох станів $|0\rangle$ і $|1\rangle$, відповідно нуля і одиниці [10]:

$$|q\rangle = c_I |0\rangle + c_{II} |1\rangle, \quad |c_I|^2 + |c_{II}|^2 = 1, \quad (1)$$

де c_I і c_{II} — комплексні амплітуди. Стан (1) виражає принцип суперпозиції

Розщеплення енергетичного рівня атома аналогічно розщепленню резонансної частоти коливального контура для двох зв'язаних контурів. Для ілюстрації аналогії порівнюємо рівняння Шредінгера для хвильової функції $\psi(x)$ і рівняння для струму $I(t)$ контура без втрат:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad \frac{d^2I}{dt^2} + \omega_0^2 I = 0,$$

де $k = \sqrt{2mE} / \hbar$ — хвильове число, m — ефективна маса електрона, E — енергія електрона (потенціальна енергія електрона $V=0$), $\hbar = h / 2\pi$,

квантової механіки як лінійної теорії: якщо стани $|0\rangle$ і $|1\rangle$ є рішенням рівняння Шредінгера для системи, то будь-яка суперпозиція цих рішень також є рішенням рівняння.

Принципові відмінності квантової мікроскопічної суперпозиції від макроскопічної привертають значну увагу у зв'язку з різними можливими її трактуваннями [11].

Моделі на основі імпедансних δ -неоднорідностей

На рис. 2 приведено дві моделі ДЯС на основі імпедансних δ -неоднорідностей, запропонованих в [12].

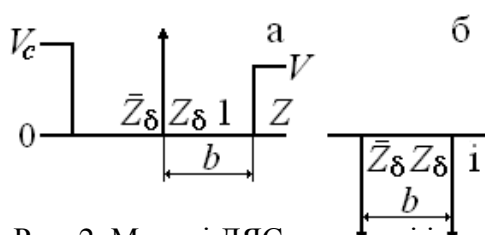


Рис. 2. Моделі ДЯС на основі імпедансних δ -неоднорідностей: а — δ -бар'єр в потенціальній ямі, b — відстань між δ -бар'єром і стінкою ями, індекс «с» відповідає зовнішньому середовищу на вході ДЯС, 1 і Z — нормовані імпеданси, Z_δ і \bar{Z}_δ — вхідні імпеданси на правій і лівій межі δ -бар'єра; б — дві δ -ями, b — відстань між δ -ямами, i — нормований імпеданс (нормування виконано до модуля зовнішнього середовища на виході ДЯС, $E < 0$), Z_δ і \bar{Z}_δ — вхідні імпеданси правої δ -ями і на правій межі лівої δ -ями.

Знайдемо вхідний імпеданс ДЯС на рис. 2, а. Вхідний імпеданс Z_δ визначається формулою

$$Z_\delta = \frac{Z - iB}{1 - iZB}, \quad (2)$$

де $B = \text{tg}k'b$, штрих відповідає середовищу, до імпедансу якого виконано нормування; $Z = \sqrt{(E - V)m' / Em}$.

Для імпедансу \bar{Z}_δ маємо [12]

$$\bar{Z}_\delta = Z_\delta + 2i\eta, \quad (3)$$

де $\eta = \alpha\sqrt{m' / 2E} / \hbar$, α — константа, що визначає ефективність бар'єра і дорівнює його «площі»: $\alpha = V_a a$, V_a і a — висота і товщина бар'єра (індекс «а» відповідає бар'єру); для δ -бар'єра $V_a \rightarrow \infty$ і $a \rightarrow 0$.

Вхідний імпеданс ДЯС дорівнює

$$Z_i = \frac{\bar{Z}_\delta - iB}{1 - i\bar{Z}_\delta B}. \quad (4)$$

Підставивши в (4) вирази (2) і (3),

після перетворень отримаємо

$$Z_i = \frac{Z(1 + 2\eta B - B^2) + 2i(\eta - B)}{1 + 2\eta B - B^2 - 2iZB(1 + \eta B)}. \quad (5)$$

Власним значенням ДЯС відповідає умова узгодження імпедансів, що виражається у рівності імпедансів у прямому і зворотному напрямках у будь-якій точці дисперсивного середовища структури [13]. На лівій межі потенціальної ями ця умова має вигляд:

$$Z_i = -Z_c. \quad (6)$$

Знак «-» обумовлений комплексною спряженістю імпедансів Z_c в

прямому і зворотному напрямках.

В результаті підстановки (6) в (5) для власних значень ДЯС отримаємо

$$(ZB + i)[Z_c(1 + 2\eta B) + i(2\eta - B)] + (Z_c B + i)(Z - iB) = 0. \quad (7)$$

Якщо зовнішні середовища на вході і виході ДЯС однакові, то $Z_c = Z$ і (7) прийме вигляд

$$(ZB + i)[Z(1 + \eta B) + i(\eta - B)] = 0.$$

У цьому випадку власні значення ДЯС визначаються формулами

$$B_I = \frac{\eta + |Z|}{1 - \eta|Z|}, \quad B_{II} = -\frac{1}{|Z|}. \quad (8)$$

Формула для B_{II} відповідає парним за номером власним значенням потенціальної ями без δ -бар'єра. При цих значеннях δ -бар'єр не впливає, оскільки хвильові функції непарні з нулем посередині ями. Якщо $V = V_c = \infty$, то $|Z| = \infty$ і з (8) отримаємо $B_I = -\eta^{-1}$ і $B_{II} = 0$, що збігається з [14].

На рис. 3 суцільними лініями показано залежності вхідного імпедансу ДЯС згідно (5). Власні значення ДЯС визначають абсциси точок перетину залежностей 1 з залежностями 2 і 3. Ці значення співпадають з (7) і (8).

Рис. 4 ілюструє зближення рівнів розглянутої ДЯС при зменшенні зв'язку між ямами.

Штриховими лініями на рис. 3 показано залежності вхідного імпедансу ДЯС зі скінченним бар'єром, що ілюструють відповідність характеристикам δ -моделі; параметри бар'єра: $V_a = 1,5$ еВ, $a = 0,1$ нм.

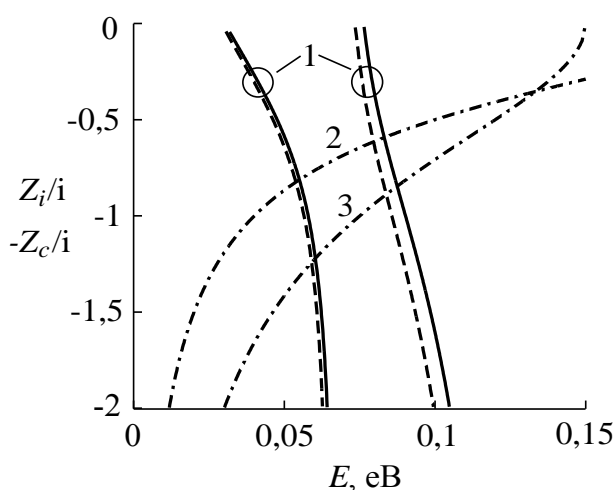


Рис. 3. Залежності вхідного імпедансу ДЯС (1) і імпедансу зовнішнього середовища (2, 3). $V=0,15$ еВ, $b=1,5$ нм, $\alpha=0,15$ еВ·нм, $m = m' = m_0$, де m_0 — маса електрона; $V_c=0,2$ еВ, $m_c = 4m_0$ (2); $V_c=V$, $m_c = m_0$ (3).

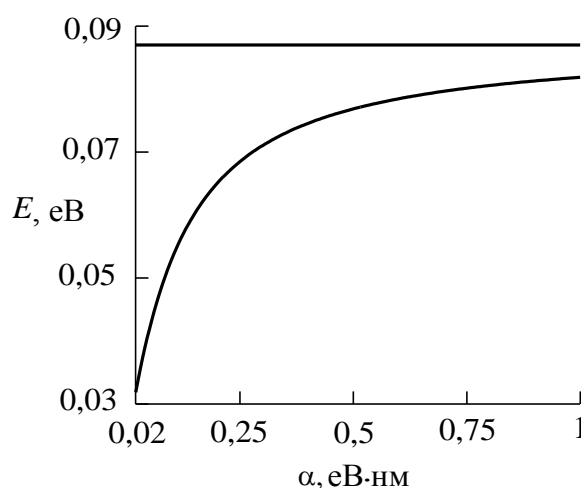


Рис. 4. Залежності власних значень ДЯС. $V_c=V$, $m_c = m_0$.

Розглянемо ДЯС на основі δ -ям (рис. 2, б). У цьому випадку $Z_\delta = i(1-2\eta)$, $\eta = \alpha\sqrt{m'/2|E|}/\hbar$, $B = i|B|$, $|B| = \text{th}(|k'|b)$ і

$$Z_i = i \left[1 + \frac{4\eta(\eta|B|-1)}{1+|B|(1-2\eta)} \right]. \quad (9)$$

На рис. 5 наведено залежності вхідного імпедансу ДЯС згідно (9). Власні значення ДЯС визначаються абсцисами точок перетину залежностей і горизонтальних ліній, що відповідають, згідно (6), $-Z_c/i$. На рис. 5 показано такі точки для $Z_c = 2i$ ($m_c = 0,25m_0$).

Виходячи з (2) і (9) після перетворень для власних значень ДЯС одержимо

$$\exp(-2|k'|b) = 1 - \frac{1}{\eta} \left[1 + \frac{2(\eta-1)}{2\eta+1-|Z_c|} \right]. \quad (10)$$

При $|Z_c|=1$, маємо $\exp(-|k'|b) = |\eta^{-1} - 1|$, що збігається з формулою для цього випадку [4].

Рис. 6 ілюструє перехід власних значень ДЯС до власного значення потенціальної ями. Залежності 1 і 2 відповідають (10). Залежності 3 для ДЯС зі скінченними ямами добре узгоджуються з залежностями її δ -моделі (1).

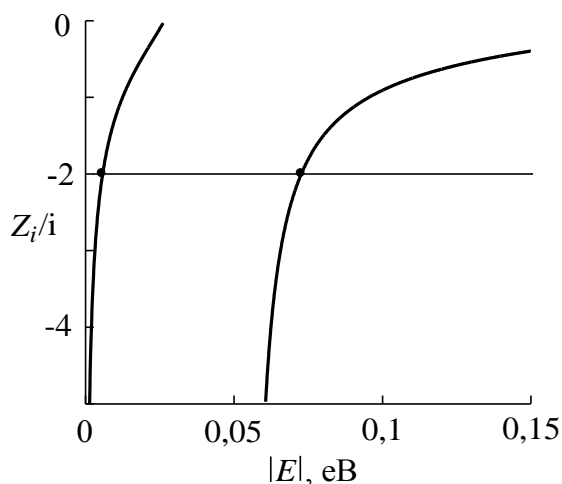


Рис. 5. Залежності вхідного імпедансу ДЯС. $b=1$ нм, $\alpha=0,1$ еВ·нм, $m = m' = m_0$.

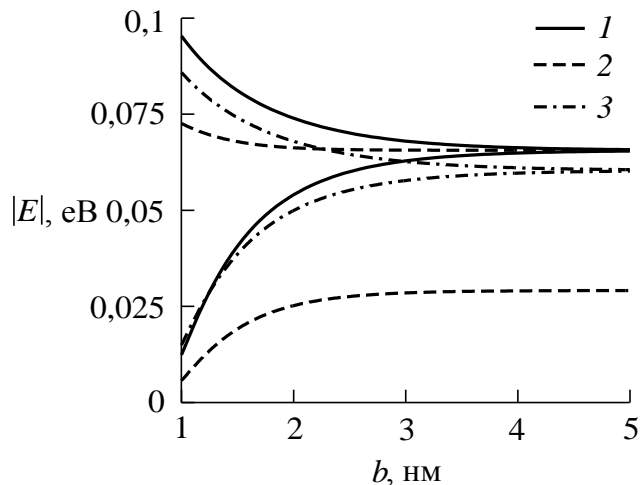


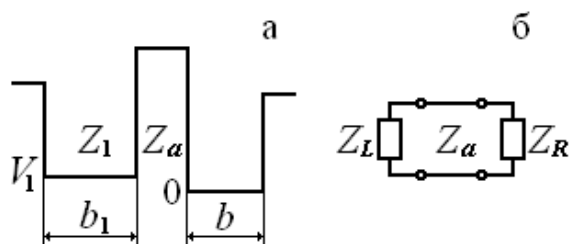
Рис. 6. Залежності власних значень ДЯС. $\alpha=0,1$ еВ·нм; $m = m' = m_0$. $m_c = m_0$, (1); $m_c = 0,25m_0$ (2); $V_a = -1$ еВ, $a=0,1$ нм (3).

Власні значення несиметричної двоямної структури

Розглянемо найбільш загальний випадок несиметричної ДЯС з прямокутним потенціалом (рис. 7, а). Для знаходження власних значень скористаємося узагальненою моделлю бар'єрної структури [13] (рис. 7, б). Для ДЯС в цій моделі відрізок лінії передачі відповідає бар'єру, а імпеданси

$Z_{L,R}$ еквівалентні лівій і правій ямам і зовнішньому середовищу.

Значення енергії задовольняють умовам $E > V_1 > 0$, $E < V, V_c, V_a$. Для власних значень маємо [13]



$$A = Z_a \frac{Z_R - Z_L}{Z_a^2 - Z_R Z_L}, \quad (11)$$

де $A = \text{th}(ik_a a)$.

Імпеданси $Z_{R,L}$ визначаються формулами

$$Z_R = \frac{Z - iB}{1 - iZB}, \quad Z_L = \frac{iZ_1 B_1 - Z_c}{Z_1 - iZ_c B_1}. \quad (12)$$

В формулі для Z_L враховано комплексну спряженість входних імпедансів у прямому і зворотному напрямках.

Рис. 7. Несиметрична ДЯС та узагальнена модель бар'єрної структури: а — індекс «1» відповідає лівій ямі, імпеданси пронормовано до імпедансу правої ями; б — $Z_{L,R}$ — еквівалентні входні імпеданси.

В результаті підстановки (12) в (11) отримаємо

$$A = \frac{(Z - iB)(Z_1 - iZ_c B_1) + (1 - iZB)(Z_c - iZ_1 B_1)}{Z_a (1 - iZB)(Z_1 - iZ_c B_1) + Z_a^{-1} (Z - iB)(Z_c - iZ_1 B_1)}. \quad (13)$$

На рис. 8, а і б, приведено залежності власних значень несиметричної ДЯС від параметрів лівої ями. Збільшення власних значень при зростанні V_1 обумовлене тим, що довжина хвилі в лівій ямі пропорційна $\sqrt{E - V_1}$, а їх зменшення при зростанні b_1 — збільшенням довжини резонансної хвилі в лівій ямі. Збільшення різниці між власними значеннями ДЯС при зростанні V_1 і b_1 спричинене збільшенням різниці між власними значеннями лівої і правої ям.

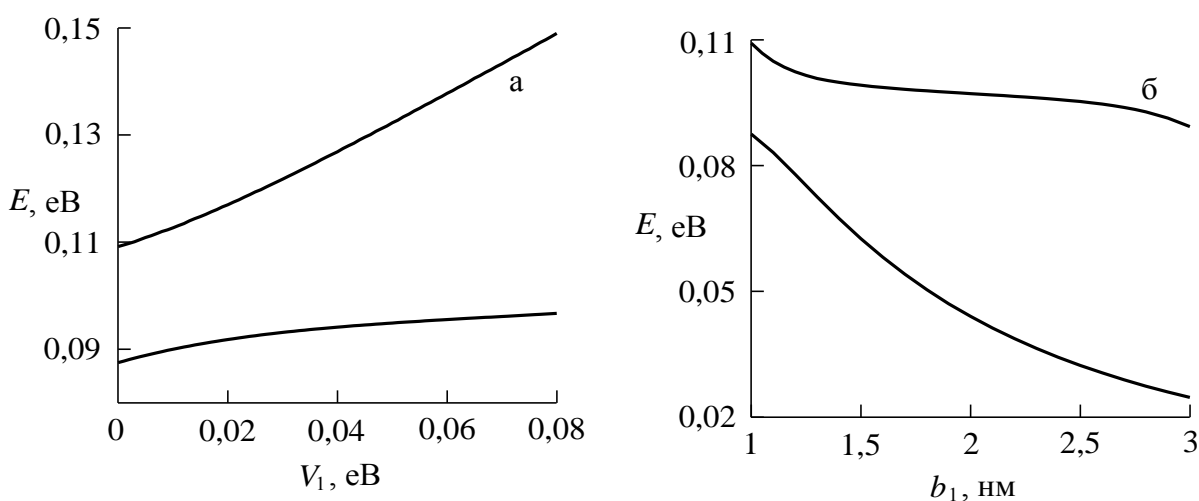


Рис. 8. Залежності власних значень несиметричної ДЯС. $V = V_c = V_a = 0,2$ еВ, $a = b = 1$ нм, $m = m_c = m' = m_l = m_a = m_0$; $b_1 = 1$ нм (а); $V_1 = 0$ (б).

Для симетричної ДЯС $Z_c = Z$, $Z_1 = 1$ і (13) приймає вигляд

$$A = \frac{2(Z - iB)(1 - iZB)}{Z_a(1 - iZB)^2 + Z_a^{-1}(Z - iB)^2}. \quad (14)$$

Двоямний потенціал звичайно розглядають при $V = \infty$ і $E < V_a$ [5]. У цьому випадку виходячи з (14) отримуємо рівняння

$$B^2 + 2\xi \operatorname{ctg} \chi a B + \xi^2 = 0$$

з рішеннями $B = -\xi \operatorname{cth}(\chi a/2)$ і $B = -\xi \operatorname{th}(\chi a/2)$, де $\xi = |Z_a|^{-1}$; $\chi = |k_a|$. При $m_a = m'$ маємо $\xi = k'/\chi$ і рішення співпадуть з [5].

Якщо $V_a = V$ і $m_a = m' = m$, то $Z_a = Z$ і з (14) отримуємо

$$\operatorname{cth} \chi a = \frac{1}{2} \left(\frac{\xi^{-1} B + 1}{\xi B - 1} + \frac{\xi B - 1}{\xi^{-1} B + 1} \right). \quad (15)$$

У випадку товстого бар'єра, коли $\chi a > 2$, $\operatorname{cth} \chi a \approx 1$ і з (15) маємо

$$B \approx \frac{2}{\xi - \xi^{-1}} \approx \frac{2\sqrt{E(V - E)}}{2E - V}. \quad (16)$$

При $a = \infty$ в формулі (16) знак « \approx » і це відомий вираз для поодинокі потенціальної ями. Такий результат і очікувався, оскільки у цьому випадку зв'язок між ямами відсутній.

Рис. 9, а ілюструє зменшення власних значень ДЯС і їх зближення з розширенням ям. Це пояснюється відповідно збільшенням довжини резонансної хвилі і зменшенням зв'язку між ямами, обумовленим зменшенням коефіцієнта проходження бар'єра. Рис. 9, б ілюструє перехід власних значень ДЯС до власного значення потенціальної ями зі зменшенням зв'язку між ямами.

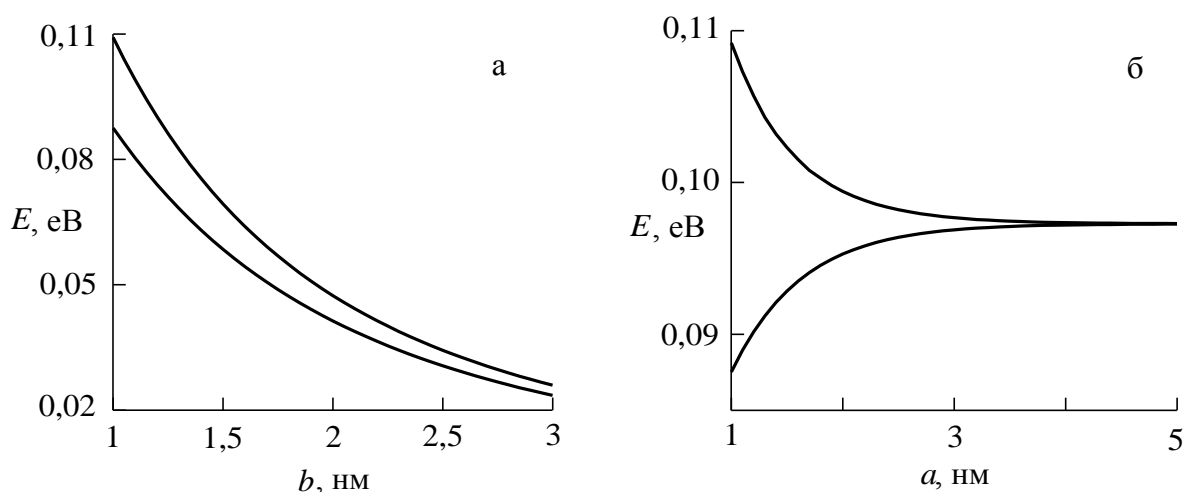


Рис. 9. Залежності власних значень симетричної ДЯС. $V = V_a = 0,2$ еВ,

$$m = m' = m_a = m_0; a = 1 \text{ нм (а)}, b = 1 \text{ нм (б)}.$$

Висновки

Імпедансні моделі ДЯС суттєво спрощують аналіз таких структур. Моделі на основі δ -неоднорідностей дозволяють отримати аналітичні вирази для характеристик ДЯС. В результаті аналізу особливостей вхідних імпедансних характеристик встановлено імпедансні умови для власних значень ДЯС, розміщеної між хвильовими середовищами з різними імпедансами. Імпедансна модель несиметричної ДЯС з прямокутним потенціалом дає можливість проаналізувати особливості залежностей власних значень від параметрів такої структури.

Перелік посилань

1. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике. Квантовая механика (вып. 8, 9) / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – М. : Мир. – 1978. – 524 с.
2. Jelic V. The double well potential in quantum mechanics: a simple, numerically exact formulation / V. Jelic, F. Marsiglio // Eur. J Phys. – 2012. – Vol. 33, No. 6. – P. 1651-1666.
3. Hasegawa H. Bound states of the one-dimensional Dirac equation for scalar and vector double square-well potentials / H. Hasegawa // Physica E. – 2014. – Vol. 59. – P. 192-201.
4. Markos P. Wave Propagation From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials / P. Markos, C. M. Soukoulis. – Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2008. – 352 p.
5. Basdevant J.-L. Lectures on Quantum Mechanics. / J. L. Basdevant. – N. Y. : Springer, 2007. – 308 p.
6. Khondker A. N. Transmission line analogy of resonance tunneling phenomena: the generalized impedance concept / A. N. Khondker, M. R. Khan, A. F. M. J. Anwar // J. Appl. Phys. – 1988. – Vol. 63, No. 10. – P. 5191-5193.
7. Нелин Е. А. Импедансная модель для “барьерных” задач квантовой механики / Е. А. Нелин // УФН. – 2007. – Т. 177, №3. – С. 307-313.
8. Нелін Є.А. Квантово-механічні структури з дельта-функціональним потенціалом / Є.А. Нелін, М.В. Водолазська // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2013. – № 4. – с. 137–144.
9. Спроул Р. Современная физика / Р. Спроул. – М. : Наука, 1974. – 296 с.
10. Валиев К. А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления / К. А. Валиев // УФН. – 2005. – Т. 175, № 1. – С. 3–39.
11. Менский М. Б. Квантовая механика: новые эксперименты, новые приложения и новые формулировки старых вопросов / М. Б. Менский // УФН. – 2000. – Т. 170, № 6. – С. 631-648.
12. Водолазская М. В. Модель импедансных дельта-неоднородностей для микро- и наноструктур / М. В. Водолазская, Е. А. Нелин // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2014. – Т. 57, № 5. – С. 25-34.
13. Нелин Е. А. Импедансные условия резонансного прохождения и резонансной локализации волн в барьерных структурах / Е. А. Нелин // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, № 1. – С. 137-139.
14. Галицкий В. М. Задачи по квантовой механике // В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган. – М. : Наука, 1981. – 658 с.

References

1. Feinman R., Leiton R. and Sends M. (1978) Fenmanovskie lektzii po fizike. Kvantovaya mekhanika (vyp. 8, 9) [Fenman's lectures on physics. Quantum mechanics (Vol. 8, 9)]. Moscow, Mir Publ, 524 p.
2. Jelic V. and Marsiglio F. (2012) The double well potential in quantum mechanics: a simple, numerically exact formulation. Eur. J Phys., vol. 33, no. 6, pp. 1651–1666.
3. Hasegawa H. (2014) Bound states of the one-dimensional Dirac equation for scalar and vector double square-well potentials. Physica E., vol. 59, pp. 192–201.
4. Markos P. and Soukoulis C. M. (2008) Wave Propagation From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials. Princeton and Oxford: Princeton University Press, 352 p.
5. Basdevant J.-L. (2007) Lectures on Quantum Mechanics. New York, Springer, 308 p.
6. Khondker A. N., Khan M. R. and Anwar A. F. M. J. (1988) Transmission line analogy of resonance tunneling phenomena: the generalized impedance concept. J. Appl. Phys., vol. 63, no. 10, pp. 5191–5193.
7. Nelin E.A. (2007) Impedance model for quantum-mechanical barrier problems. Phys. Usp., vol. 50, no. 3, pp. 293-299.
8. Nelin E.A. and Vodolazska M.V. (2013) Quantum-Mechanical Structures with Delta-Functional Potential. Naukovi visti NTUU KPI, no. 4, pp. 137-144.
9. Sproul R. (1974) Sovremennaya fizika [Modern physics]. Moscow, Nauka, 296 p.
10. Valiev K. A. (2005) Quantum computers and quantum computations. Phys. Usp., vol. 48, pp. 1 – 36.
11. Menskii M. B. (2000) Quantum mechanics: new experiments, new applications, and new formulations of old questions. Phys. Usp., vol. 43, pp. 585- 600.
12. Vodolazka, M. and Nelin, E. (2014) Model of impedance delta-inhomogeneities for micro- and nanostructures. Radioelectronics and Communications Systems. Vol. 57, No 5. pp. 208-216.
13. Nelin E. A. (2011) Impedance conditions for resonance propagation and resonance localization of waves in barrier structures. Technical Physic., vol. 56, no. 1, pp. 132-134.
14. Galitskii V. M., Karnakov B. M. and Kogan V. I. (1981) Zadachi po kvantovoi mekhanike [Tasks on quantum mechanics]. Moscow, Nauka, 658 p.

Гіндікіна М. А., Водолазька М. В., Адаменко Ю. Ф., Нелін Є. А. Імпедансні моделі двоямних структур. Розроблено імпедансні моделі двоямних структур на основі δ -неоднорідностей та прямокутного потенціалу. Розглянуто аналогію двоямної структури та зв'язаних коливальних контурів. Отримано аналітичні вирази для вхідного імпедансу і власних значень двоямних структур. Показано, що характеристики двоямних структур зі скінченним потенціалом та на основі δ -неоднорідностей добре узгоджуються. Досліджено залежності власних значень від параметрів структур.

Ключові слова: двоямна структура, імпедансна δ -неоднорідність, вхідний імпеданс.

Гиндикина М. А., Водолазская М. В., Адаменко Ю. Ф., Нелин Е. А. Импедансные модели двухъямных структур. Разработаны импедансные модели двухъямных структур на основе δ -неоднородностей и прямоугольного потенциала. Рассмотрено аналогю двухъямной структуры и связанных колебательных контуров. Получены аналитические выражения для входного импеданса и собственных значений двухъямной структуры. Показано, что характеристики двухъямных структур с конечным потенциалом и на основе δ -неоднородностей хорошо согласуются. Исследованы зависимости собственных значений от параметров структур.

Ключевые слова: двухъямная структура, импедансная δ -неоднородность, входной импеданс.

Gindikina M. A., Vodolazka M. V., Nelin E. A. **Impedance models of double well structures.**

Introduction. In this paper the impedance models double well structures (DWS) which is based on δ -inhomogeneities and rectangular potential are developed. The models of double well potential which is based on δ -functions and rectangular depending allow to obtain analytical solutions and to investigate important features of DWS.

Analogy of double well structure and coupled oscillatory circuits. The analogy of DWS and coupled oscillatory circuits are considered. It is presented comparison the Schrödinger equation for the wave function and the equation for the current circuit without loss. It is shown that DWS as the system with two states performs the function of logical operations similar bits in classical computer.

Models based on the impedance δ -inhomogeneities. Two models of DWS based on the impedance δ -inhomogeneities: δ -barrier in the potential well and two δ -wells are developed. The analytical expressions for input impedance and eigenvalues are received and investigated. It is shown that characteristics of DWS with finite size and δ -inhomogeneities agree well.

Eigenvalues of asymmetric double well structure. The most general case of asymmetric DWS with a rectangular potential is considered. The eigenvalues of such a structure on the basis of a generalized model of barrier structures are found. Dependences of eigenvalues of symmetric and asymmetric DWS are presented.

Conclusions. Impedance models allow to obtain the analytical solutions with substantial generalization problems in comparison with known traditionally solved problems. By analysis of input impedance characteristics conditions for the eigenvalues DWS placed between environments with different wave impedance are received.

Keywords: double well structure, impedance δ -inhomogeneity, input impedance.