УДК 621.396:519.15

МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНИХ РАДІОСИСТЕМ НА ВЕКТОРНИХ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ[1]

Різник В. В., д.т.н., професор
Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна, rvv@polynet.lviv.ua

MODELS OF OPTIMUM RADIO-SYSTEMS ON THE VECTOR COMBINATORIAL CONFIGURATIONS

Riznyk V.V., PhD DSc, Professor
Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine, rvv@polynet.lviv.ua

Вступ

Оптимальний синтез дискретних систем на основі використання комбінаторних методів і моделей знаходить застосування в радіосистемах різного призначення. Великий клас становлять задачі, пов’язані з оптимальним розподілом структурних елементів або дискретних сигналів у просторі-часі за такими показниками як роздільна здатність, ширина робочого діапазону, рівень бокових пелюстків, завадостійкість коду та інші важливі показники. До таких задач належать синтез сигналів з мінімальними боковими пелюстками функції автокореляції [1], лінійних радіоінтерферометрів для систем телескопічного спостереження за космічними джерелами [2], конструювання антенних решіток з низьким рівнем бокових пелюстків [3] та інших системних об’єктів, де важливе значення має фактор впливу кількості елементів просторової структури на технічні характеристики усієї системи. Просторове розміщення елементів можна розглядати як систему взаємопов’язаних множин ліній і точок їх перетину у вигляді проекції координатної сітки, що знаходиться на поверхні тору, на площину малюнк [4]. Задачі цього класу об’єднані загальною метою забезпечення потрібних якісних показників роботи системи в розширеному робочому діапазоні просторових частот за наявності фіксованого числа елементів антенної решітки. Значних успіхів у розгортанні досліджень на цьому напрямку було досягнуто, завдяки роботам, які ґрунтуються на використанні комбінаторних властивостей циклічних різницевих множин [5,6] та полів Ґалуа [7]. Запропонований метод побудови радіосистем базується на комбінаторних конфігураціях нового типу — ідеальних кільцевих векторних послідовностях. Розглянуті основні властивості таких послідовностей та здійснено порівняльний аналіз із класичними комбінаторними структурами [5].

[1] http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/990

Огляд методів оптимізації

Відомо, що перевагою антенних решіток з нееквідистантним розміщенням елементів у порівнянні з еквідистантними решітками є значне скорочення числа випромінювачів без втрати роздільної здатності при забезпеченні низького рівня бокових пелюстків, що змусило багатьох дослідників зайнятися удосконаленням методів синтезу двовимірних нееквідистантних антенних решіток. У патенті Ліпера [8] (1978 р.) запропоновано елементи прямолінійної антени розміщувати у вузлах рівномірної сітки так, щоб послідовність порядкових номерів цих вузлів утворювала циклічну різницеву множину [5]. Пізніше були запропоновані інші моделі антенних решіток, зокрема способи побудови й алгоритми синтезу двовимірних антен, які базуються на двовимірних узагальнених різницевих множинах [9], що дало змогу додатково мінімізувати бокове випромінювання шляхом обрання найліпшого варіанту різницевої множини серед інших множин з такими ж параметрами і за результатами порівняння діаграм направленості знайти оптимальний. Один із методів побудови оптимальних систем ґрунтується на використанні ідеальних кільцевих відношень (ІКВ) — циклічних послідовностей цілих додатних чисел, у яких усі суми послідовно розміщених чисел вичерпують натуральний ряд [4]. Ця властивість ІКВ була використана в алгоритмі знаходження оптимального варіанту розміщення 20-ти антен радіолокаційної системи з мінімально віддаленими крайніми антенами для досягнення максимальної точності визначення місцезнаходження віддалених радіоджерел [10]. Більшість досліджень, пов'язаних із конструюванням радіосигналів та радіотехнічних пристроїв з нееквідистантною структурою, ґрунтується на використанні теорії циклічних різницевих множин [5], математичного апарату алгебричної теорії полів Ґалуа [5] і скінченних проективних геометрій Зінґера [7].

Постановка задачі

Оптимізація радіосистем охоплює багато задач, які пов'язані з розміщенням деякої множини елементів в обмеженому просторі так, щоб досягнути бажаного ефекту шляхом вмілого розподілу цих елементів один відносно другого з урахуванням їх взаємодії та впливу на поведінку усієї системи в реальних просторових вимірах. Класична постановка задачі оптимізації нееквідистантних двовимірних решіток пов'язана з такими вимогами, як забезпечення низького рівня бокових пелюстків і коефіцієнта перекриття частотного діапазону, фіксованого значення діаграми направленості на обраних просторових напрямках з низьким і рівномірним рівнем бокового випромінювання, та іншими потрібними характеристиками, які залежать від кількості та розміщення випромінювачів. Аналогічною щодо такої постановки є задача синтезу оптимальних дискретно кодованих сигналів, який базується на використанні властивостей полів Ґалуа. Тому актуальним постає проблема створення та дослідження відносно простих для практичних застосувань моделей оптимальних нееквідистантних решіток з дво- й тривимірною структурами та алгоритмів синтезу таких моделей для конструювання антенних решіток з потрібними характеристиками. В більш широкому плані завдання полягає в опрацюванні регулярного методу побудови дво- і тривимірних моделей оптимальних радіосистем з просторовим розподілом структурних елементів та алгоритмів синтезу оптимальних дискретно-кодованих радіосигналів.

Метод вирішення завдання

В основу методу покладено дослідження комбінаторних властивостей просторових об'єктів у вигляді співвідношень сумірних підмножин впорядкованих множин з метою встановлення взаємозв'язків між частинами цілого як систем інцидентності [5]. В результаті дослідження було встановлено, що системи будь-якої фізичної природи зі замкненою структурою наділені корисними для практичного застосування властивостями, суть яких полягає в можливості мінімізації інформаційної та структурної надмірностей системи (зведення їх до теоретичного мінімуму) за умови розподілу її структурних елементів в просторово-часовому вимірі подібно до розміщення позначок на круговій шкалі «досконалого кутоміра» [11]. Для вирішення поставленого завдання пропонується новий різновид комбінаторних конструкцій, в основі яких лежить поняття t- вимірної досконалої циклічної n-пропорції. Елементи такої конструкції зручно представляти у вигляді t- кортежів цілих додатних чисел, причому кортежі впорядковані за кільцевою схемою у вигляді розбиття t –вимірної сфери на n суміжних секцій. Метод базується на використанні властивостей комбінаторних конфігурацій, таких як циклічні різницеві множини і «досконалі кутоміри» для синтезу багатовимірних комбінаторних конфігурацій з аналогічними властивостями як зручних моделей оптимальних радіопристроїв та систем з нееквідистантною структурою. В основу методу покладено принцип оптимальних структурних відношень, згідно якого структурні елементи радіосистеми повністю або частково взаємопов'язані правилами комбінаційного розміщення елементів багатовимірної системи інцидентності. Згаданий принцип ґрунтується на понятті t -вимірного ідеального кільцевого відношення (ІКВ), що є удосконаленим різновидом багатовимірних комбінаторних конфігурацій з циклічною структурою.

Дослідження повною мірою стосується методів синтезу оптимальних радіотехнічних систем, в т.ч. антенних решіток з нееквідистантною структурою та дискретних кодових сигналів.

Структура багатовимірних ІКВ

Представимо модель t -вимірної ІКВ у вигляді кільцевої n – послідовності (рис.1), елементами якої є t -кортежі $(K_1, K_2, \ldots, K_i, \ldots, K_n)$;

$K_1 = (k_{11}, k_{12}, \ldots, k_{1t})$,

$K_2 = (k_{21}, k_{22}, \ldots, k_{2t})$, ... , $K_i = (k_{i1}, k_{i2}, \ldots, k_{it})$, ... , $K_n = (k_{n1}, k_{n2}, \ldots, k_{nt})$), де $k_{i1} \equiv k_i \pmod{m_1}$, $k_{i2} \equiv k_i \pmod{m_2}$, …, $k_{it} \equiv k_i \pmod{m_t}$. Множина усіх послідовних (кільцевих) вектор-сум, взятих по комплексному модулю ($m_1, m_2, ..., m_t$), утворює t -вимірну решітку $m_1 \times m_2 \times \ldots \times m_t = n(n-1)$, яка взаємно однозначно відповідає множині t- вимірних координат усіх вузлів цієї решітки, покриваючи їх рівно R разів.

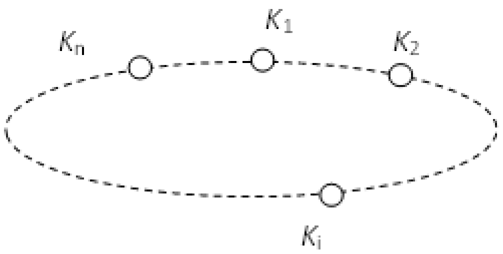

Рис. 1. Схема двовимірної структури ІКВ з n двомісними (t=2) кортежами

Множину t-кортежів можна розглядати як впорядкований за кільцевою схемою (рис.1) набір координат n вузлових точок, проекції яких обмежені рамками координатної сітки $n\times(n-1)$ в циклічній системі відліку, а їхні значення разом зі значеннями усіх їх можливих лінійних комбінацій, взятих у вигляді кільцевих вектор-сум, перелічують множину координат усіх вузлів цієї координатної сітки. Завдання зводиться до того, щоб за наявності просторових координат лише n вузлових точок та їхніх комбінацій покрити R способами множину $n(n-1)$ точок координатної сітки $n\times(n-1)$ на поверхні багатовимірного тору.

Параметри n, m_i (i=1, .., t), S, R , за якими можна визначати та досліджувати комбінаторні властивості t- вимірних ІКВ, взаємопов'язані наступними залежностями:

$$n(n-1) \leq S < n(n-1)(n-1) \quad (1)$$

$$\prod_{1}^{t} m_i = \frac{n(n-1)}{R}, \text{ або } \prod_{1}^{t} m_i = \frac{n(n-1)}{R} + 1; \ (m_1, \ldots, m_t) = 1 \quad (2)$$

Розглянемо групові властивості двовимірних ІКВ з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, 6≤ S <12, R=1. Повна сім'я цього кластеру складається із чотирьох варіантів ІКВ третього (n=3) порядку А, Б, В, Г : ((1,1), (0,2), (0,1)); ((0,2), (0,1), (1,2)); ((1,1), (1,0), (1,2)); ((0,2), (1,0), (0,1)) відповідно (табл.1).

Таблиця 1

Групові властивості ІКВ з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, 6 ≤ S <12, R=1, t=2

Варіанти ІКВ	Векторні елементи ІКВ			Множник (k_1, k_2)	Результат множення ІКВ на (k_1, k_2)			Варіанти ІКВ
А	(1,1)	(0,2)	(0,1)	(1,2)	(1,2)	(0,1)	(0,2)	Б
Б	(0,2)	(0,1)	(1,2)		(0,1)	(0,2)	(1,1)	А
В	(1,1)	(1,0)	(1,2)		(1,2)	(1,0)	(1,1)	В
Г	(0,2)	(1,0)	(0,1)		(0,1)	(1,0)	(0,2)	Г

Коефіцієнтами мультиплікативного перетворення двовимірних (t=2) варіантів ІКВ є цілочислові 2-кортежі. Множення здійснюють у віртуальному числовому полі циклічної системи координат з урахуванням модулів (mod m_1) і (mod m_2). В середньому стовпчику цієї таблиці знаходиться коефіцієнт мультиплікативного перетворення (1,2), в лівій половині вписані варіанти ІКВ, а в правій — результати множення коефіцієнта (1,2) на ІКВ, які записані в лівій половині таблиці 1.

Наприклад, в полі циклічної системи координат 2×3, де m_1=2, m_2=3, процедура послідовного множення елементів варіанту А на коефіцієнт перетворення (1,2) здійснюється наступним чином: $(1,1)\cdot(1,2)=(1\cdot1\equiv1(\text{mod } 2)=1)$, $(1\cdot2\equiv2(\text{mod } 3)=2) \Rightarrow (1,2)$; $(0,2)\cdot(1,2)=(0\cdot1\equiv0(\text{mod } 2)=0)$, $(2\cdot2\equiv4(\text{mod } 3)=1) \Rightarrow (0,1)$; $(0,1)\cdot(1,2)=(0\cdot1\equiv1(\text{mod } 2)=0)$, $(1\cdot2\equiv2(\text{mod } 3)=2) \Rightarrow (0,2)$. Отримана циклічна послідовність ((1,2),(0,1),(0,2)) є варіантом послідовності Б. Легко побачити, що той же коефіцієнт здійснює зворотне перетворення варіанту Б в А Однак, такому перетворенню не підлягають варіанти В і Г. Для цих варіантів множення на вектор (1,2) переводить їх у самі себе з реверсним впорядкуванням й дзеркальним розміщенням векторів (табл. 1). З аналізу таблиці 1 випливає, що кластери ІКВ з параметрами n=3, m_1=2, m_2=3, $6 \le S < 12$, t=2 включає в себе два ізоморфні (А,Б) і два автоморфні (В,Г) варіанти двовимірних комбінаторних конфігурацій, кожен з яких дає змогу трьома (n =3) лінійними комбінаціями векторів покрити усі вузлові точки двовимірної розгортки поверхні тору $(n-1) \times n = 2\times3$.

Групові властивості t- вимірних ІКВ дають теоретичні підстави для пошуку взаємно ізоморфних перетворень різних варіантів всередині згаданого кластеру за допомогою відповідних коефіцієнтів. Синтез і дослідження кластерів ІКВ показали, що переважна більшість ІКВ з дво-, три- й багатовимірною структурами не мають прямих аналогів серед класичних комбінаторних конфігурацій, а становлять окрему групу комбінаторних об’єктів, що потребують додаткового дослідження.

Порівняння кластерів одно-, дво- і тривимірних ІКВ з числом елементів від 3 до 7 представлена у вигляді таблиці (табл. 2). Таблиця ілюструє існування широкого спектру різних варіантів дво- і тривимірних ІКВ на значно скромнішому фоні одновимірних ІКВ. Спостерігається чітка тенденція до стрімкого збільшення кількості варіантів дво- і тривимірних ІКВ зі зростанням порядку n.

Таблиця 1

Характеристика одно-, дво- і тривимірних ІКВ для n=3,…7

Порядок ІКВ (n)	Кількість варіантів ІКВ			Розміри 2-вимірної решітки	Розміри 3-вимірної решітки
	1D	2D	3D		
3	1	4	-	2×3	-
4	2	24	-	3×4	-
5	1	272	-	4×5, 3×7	-
6	5	256	128	5×6, 3×10	2×3×5
7	0	360	180	6×7, 3×14	2×3×7

Найчисельнішу кількість становлять двовимірні ІКВ, серед яких все частіше по мірі зростання порядку зустрічаються різні варіанти взаємного розміщення елементів за наявності їх однакового складу. Такі властивості векторних ІКВ мають важливе наукове і прикладне значення, тому заслуговують на розгортання додаткових досліджень цього класу комбінаторних структур.

Застосування двовимірних ІКВ для оптимізації решіток ілюструється на прикладі перетворення різницевої множини з параметрами υ=40, n=13, λ=4 [5] у двовимірну (t=2) кільцеву послідовність ІКВ з параметрами $S=\upsilon=m_1\times m_2=5\times 8$, n=13, $R=\lambda=4$, t=2 та наступним зменшенням геометричних розмірів решітки (рис. 2). Оптимізація здійснюється шляхом аналізу різних варіантів діаграми направленості, отриманих на множині циклічних зсувів двовимірної ІКВ в межах вікна 5×8 та обрання одного або кількох найліпших варіантів для синтезу антенної решітки з потрібними характеристиками. Розміщення елементів антени на двовимірній решітці безпосередньо визначаються за координатами (0,0), (1,1), (2,2), (0,5), (2,4), (3,2), (2,6), (4,0), (1,2), (2,3), (4,5), (2,0), (3,1)) [12]. Легко бачити (рис.2), що для зменшення розмірів 5×8 решітки до 5×6 без значної втрати її роздільної здатності і збереження низького рівня бокових пелюстків доцільно видалити елемент (2,6) (позначка “×” на рис.2). Синтез нееквідистантних антен, оптимізованих на основі двовимірних ІКВ, полягає в розміщенні елементів на решітці за координатами, що збігаються з числовими значеннями 2-кортежів, і, після перегляду множини варіантів з урахуванням циклічних зсувів по осях координат в обох напрямках, дзеркальних відображень, інверсії, доповнення, мультиплікативного перетворення, — обрання одного або кількох найліпших варіантів. На завершальному етапі за допомогою ЕОМ здійснюється аналіз діаграми направленості антени з оцінкою її характеристики за рівнем бокових пелюстків, роздільною здатністю, шириною частотного діапазону, габаритами та іншими показниками.

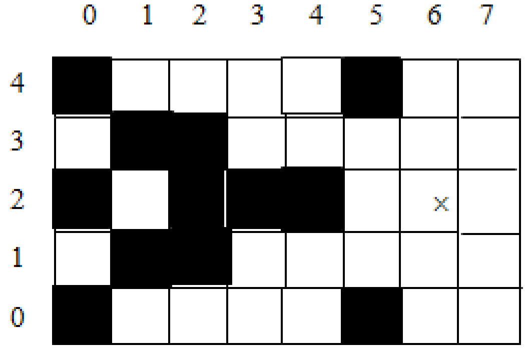

Рис. 2. Схема розміщення 12-ти елементів симетричної оптимізованої решітки 5х6

Застосування ІКВ з параметрами (1, 2) для оптимізації дво- і тривимірних антенних решіток з метою поліпшення їх технічних показників дає змогу спростити розрахунки й конструювання багатоелементних антен з тисячами симетрично розміщених відносно центру решітки випромінювачами, а також пристроїв узгодження НВЧ трактів, цифрових фільтрів, фазообертачів та систем кодування складних сигналів. Поруч з методами проектування двовимірних нееквідистантних антенних решіток з низьким рівнем бокових пелюстків [9], запропонована математична модель і регулярний метод дозволяє знаходити оптимальне розміщення елементів нееквідистантних антенних решіток для підвищення роздільної здатності радіолокаційних станцій, гідроакустичних комплексів [15] та формування ефективних систем двовимірних інтерферометрів з покриттям просторових частот в заданій області [16], де функції оптимізації взаємного розміщення елементів виконують координати векторів двовимірної ІКВ з відповідно обраними параметрами.

Нижче наводиться приклад використання тривимірних ІКВ для побудови моделей радіолокаційних систем з просторовою структурою. Тривимірна ІКВ {(1,1,1), (1,1,2), (1,0,3), (0,2,2), (0,1,4), (0,2,4)} з параметрами n=6, m_1=2, m_2=3, m_3=5, S =31, R=1 розв'язує задачу покриття усіх вузлових точок тривимірної решітки 2×3×5 множиною кільцевих вектор-сум на елементах цієї ІКВ рівно одним (R=1) способом :

(0,0,0) = (1,1,2)+(1,0,3)+(0,2,2)+(0,1,4)+(0,2,4);
(0,0,1) = (0,2,2)+(0,1,4);
(0,0,2) = (1,1,2)+(1,0,3)+(0,2,2);
(0,0,3) = (0,1,4)+(0,2,4);
(0,0,4) = (1,0,3)+(0,2,2)+(0,1,4)+(0,2,4)+(1,1,1);
(0,1,0) = (1,1,2)+(1,0,3);
(0,1,1) = (1,1,2)+(1,0,3)+(0,2,2)+(0,1,4);
(0,1,2) = (0,1,2);
(0,1,3) = (0,2,2)+(0,1,4)+(0,2,4)+(1,1,1)+(1,1,2);
(0,1,4) = (0,1,4);
(0,2,0) = (0,2,2)+(0,1,4)+(0,2,4);
(0,2,1) = (0,1,4)+(0,2,4)+(1,1,1)+(1,1,2);
(0,2,2) = (0,2,2);
(0,2,3) = (1,1,1)+(1,1,2);
(0,2,4) = (0,2,4);
(1,0,0) = (0,2,4)+(1,1,1);
(1,0,1) = (0,2,2)+(0,1,4)+(0,2,4)+(1,1,1);
(1,0,2) = (0,2,4)+(1,1,1)+(1,1,2)+(1,0,3)+(0,2,2);
(1,0,3) = (1,0,3);
(1,0,4) = (1,0,3)+(0,2,2)+(0,1,4);
(1,1,0) = (0,2,4)+(1,1,1)+(1,1,2)+(1,0,3);
(1,1,1) = (1,1,1);
(1,1,2) = (1,1,2);
(1,1,3) = (1,1,1)+(1,1,2)+(1,0,3)+(0,2,2);
(1,1,4) = {1,1,4};
(1,2,0) = (1,0,3)+(0,2,2);
(1,2,1) = (1,1,1)+(1,1,2)+(1,0,3);
(1,2,2) = (1,1,1)+(1,1,2)+(1,0,3)+(0,2,2)+(0,1,4);

(1,2,3) = (1,0,3)+(0,2,2)+(0,1,4)+(0,2,4);
(1,2,4) = (0,1,4)+(0,2,4)+(1,1,1)+(1,1,2)+(1,0,3).

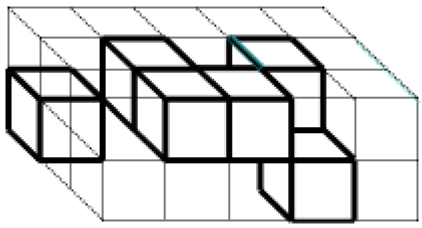

Рис. 3. Схема структури тривимірної ІКВ {(1,1,1), (1,1,2), (1,0,3), (0,2,2), (0,1,4), (0,2,4)}на решітці 2х3х4.

Обчислення кільцевих вектор-сум здійснюються по комплексному модулю (*mod* 2, *mod* 3, *mod* 5). На рис. 3 приведена схема просторового розміщення елементів структури тривимірної ІКВ ((1,1,1), (1,1,2), (1,0,3), (0,2,2), (0,1,4), (0,2,4)) на решітці 2×3×4 після реконструкції ІКВ в результаті перегляду варіантів схеми з урахуванням циклічних зсувів, оскільки крайня колонка справа не містить елементів (рис. 3). В основі методу використані комбінаторні властивості тривимірних ІКВ, що дає змогу розробляти спрощені алгоритми для побудови та дослідження ефективності нееквідистантних 3*D* антенних систем з мінімізацією бокових пелюстків без значного погіршення решти якісних показників акустичних та гідроакустичних комплексів [17].

З публікацій [1,5–7] та результатів теоретичних досліджень [12–14] встановлено, що існує численна кількість варіантів ІКВ, причому потужність множин ІКВ, як правило, стрімко зростає зі збільшенням їх порядку та розмірності, оскільки беруться до уваги не лише ІКВ, що є аналогами класичних комбінаторних конфігурацій (зокрема, різницевих множин), але й значно ширший спектр приналежних до кластеру ІКВ комбінаторних структур, які не мають аналогів серед класичних комбінаторних конфігурацій.

Моделі дискретних кодових сигналів на багатовимірних ІКВ

Серед задач, пов’язаних із побудовою оптимальних дискретних кодових сигналів, значний інтерес представляють сигнали з монолітно впорядкованими бінарними рівнями – монолітні кодові сигнали, які базуються на властивості запропонованих моделей утворювати $n(n-1)$ двійкових кодових комбінацій для кодування t -вимірних векторних даних за допомогою дискретних сигналів. Формування додаткових комбінацій здійснюється простим обранням або додаванням відповідної кількості векторів цієї послідовності. Наприклад, для покриття координатної сітки 2×3 множиною комбінацій з трьох (n=3) векторів можна використати циклічну кодову послідовність ((1,0), (1,1), (1,2)) з параметрами n =3, m_1=2, m_2=3, S=9, R=1, t=2, яка дозволяє закодувати шість (2×3=6) двовимірних векторів, простим їх обранням або додаванням (табл. 3).

Легко бачити, що множина векторів, які отримані додаванням векторів (1,0), (1,1), (1,2) з урахуванням значень відповідних модулів (m_1=2, m_2=3) та самих цих векторів покривають усі вузлові точки двовимірної сітки координат 2×3:

$$\left.\begin{aligned}(1,1)+(1,0)&\equiv(0,1)\\(1,0)+(1,2)&\equiv(0,2)\\(1,2)+(1,1)&\equiv(0,0)\end{aligned}\right\}(\bmod 2, \bmod 3)$$

Послідовність ((1,0), (1,1), (1,2)) дає змогу закодувати усі вектори, числові значення яких збігаються з координатами вузлових точок двовимірної сітки 2×3. Легко перевірити, що використання будь-якого іншого варіанту ІКВ з числа наведених у таблиці 1, дозволяє отримати аналогічний результат. Всі варіанти (А, Б, В, Г) у данному випадку є рівноцінними. Однак, кожен з них відповідає іншій системі формування комбінацій оптимального монолітного коду, що дозволяє при необхідності швидко змінювати систему кодування двовимірних сигналів простою заміною одних векторів кільцевої структури векторами іншої системи кодування.

Таблиця 3

Формування комбінацій оптимального монолітної коду на ІКВ ((1,0),(1,1),(1,2))

Координати вузлів решітки 2×3	Монолітні кодові послідовності. Значення вагових розрядів		
	(1,0)	(1,1)	(1,2)
(0,0)	0	1	1
(0,1)	1	1	0
(0,2)	0	1	1
(1,0)	1	0	0
(1,1)	0	1	0
(1,2)	0	0	1

Метод кодування забезпечує високу завадостійкість системи, завдяки властивості монолітного коду автоматично позбавлятися помилок в реальному часі простою заміною дискретних сигналів, які порушують монолітну кільцеву структуру кодового сигналу, на такі, що її зберігають. Серед інших переваг – підвищений рівень надійності роботи в широкому діапазоні робочих частот зі збереженням високих якісних показників стосовно захисту від несанкціонованого доступу.

Таблиця 4 ілюструє приклад кодування тривимірних векторів просторової решітки 2×3×5 на основі 3D-ІКВ ((0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1)).

З наведеного прикладу можна бачити, що множина усіх кільцевих вектор-сум, обчислених з урахуванням відповідних модулів, взаємно однозначно відповідає множині координат усіх вузлових точок тривимірної решітки з розмірами 2×3×5. Таким чином, в даному коді достатньо задіяти лише шість (n=6) кодових комбінацій для кодування $n(n$-1)=30 тривимірних векторів, діапазон зміни яких обмежений відповідними значеннями модулів. Аналогічно здійснюється кодування повідомлень, представлених у вигляді багатовимірних масивів даних. Можливість створення таких систем кодування забезпечується численною кількістю нового класу запропонованих векторних комбінаторних конфігурацій, для яких наразі не знайдено прямих відповідників серед відомих комбінаторних конфігурацій [1,5–9].

За чисельністю, різноманітністю та рівнем впорядкованості кластери векторних ІКВ переважають двовимірні модифікації класичних різницевих множин, що ілюструє таблиця 1. Ці переваги можна побачити, починаючи з двовимірних ІКВ третього порядку.

Для здійснення кластеризації, спрощення побудови та дослідження систем кодування дискретних сигналів на основі використання багатовимірних ІКВ доцільно визначитися з відповідними поняттями, які пов’язані з оптимальним монолітним кодом.

Таблиця 3

Оптимальний 3D монолітний код на ІКВ ((0,1,0),(0,2,3),(1,1,2),(0,2,2),(1,0,3),(1,1,1)).

Вектор	Кодова комбінація					
(0,0,0)	1	1	1	1	1	0
(0,0,1)	0	0	0	1	1	1
(0,0,2)	0	0	1	1	1	0
(0,0,3)	1	1	0	0	0	0
(0,0,4)	1	1	0	1	1	1
(0,1,0)	1	0	0	0	0	0
(0,1,1)	1	1	0	0	1	1
(0,1,2)	0	0	1	1	1	1
(0,1,3)	1	1	1	1	0	1
(0,1,4)	0	0	0	0	1	1
(0,2,0)	0	1	1	1	1	0
(0,2,1)	1	1	1	0	0	1
(0,2,2)	0	0	0	1	0	0
(0,2,3)	0	1	0	0	0	0
(0,2,4)	1	0	0	0	1	1
(1,0,0)	0	1	1	0	0	0
(1,0,1)	0	1	1	1	1	1
(1,0,2)	1	1	1	1	0	0
(1,0,3)	0	0	0	0	1	0
(1,0,4)	0	0	1	1	0	0
(1,1,0)	1	1	1	0	0	0
(1,1,1)	0	0	0	0	0	1
(1,1,2)	0	0	1	0	0	0
(1,1,3)	0	0	1	1	1	1
(1,1,4)	1	1	0	0	0	1
(1,2,0)	0	0	0	1	1	0
(1,2,1)	1	0	0	0	0	1
(1,2,2)	0	1	1	1	0	0
(1,2,3)	1	0	1	1	1	1
(1,2,4)	1	1	1	0	1	1

Кільцевий монолітний код (КМК), — це множина кодових послідовностей, всі дозволені комбінації яких утворені з поруч розміщених за кільцевою схемою не більше двох блоків однойменних символів.

Числовий оптимальний кільцевий код, — це зважений n – розрядний двійковий КМК, ваги розрядів якого утворюють множину двійкових комбінацій в інтервалі $[1, S]$, де всі кільцеві суми ваг цієї n-послідовності, взяті по модулю $S=n(n-1)/R$, перелічують множину цілих додатних чисел в інтервалі $[1, S]$ рівно R разів.

Двовимірний оптимальний кільцевий код, — це зважений n – розрядний двійковий КМК з двовимірними вагами розрядів, у якому множина усіх кільцевих сум, взятих по модулях m_1 та m_2 , відповідно, перелічують вузлові точки двовимірної системи координат $m_1 \times m_2$, яка покриває поверхню тору рівно R разів, де $m_1 \cdot m_2 = n(n-1)/R$.

Багатовимірний оптимальний кільцевий код — це зважений n – розрядний двійковий КМК з t– вимірними вагами розрядів, у якому множина усіх кільцевих сум, взятих по модулях m_1, m_2 ,…, m_t , відповідно, перелічують вузлові точки двовимірної системи координат $m_1 \times \ldots \times m_t$, яка покриває поверхню гіпертору рівно R разів, де $m_1 \cdot m_2 \ldots \cdot m_t = n(n\text{-}1)/R$.

Висновки

В основу запропонованих моделей і методів комбінаторної оптимізації радіосистем покладено загальний принцип гармонійного співвідношення частин і цілого — концепція ідеальних кільцевих відношень (ІКВ). Розглянуті математичні моделі синтезу та оптимізації радіотехнічних систем представляють новий клас векторних комбінаторних конфігурацій з корисними властивостями для спрощеного рішення широкого кола оптимізаційних задач в галузі радіоелектроніки, кібернетики, інформаційновимірювальної техніки, і пов'язана з теоретичними та прикладними проблемами аналізу й синтезу систем. Мета дослідження реалізована в моделях й алгоритмах, які доведені до рівня простих аналітичних співвідношень у вигляді впорядкованих за кільцевою схемою послідовностей дво- й багатовимірних векторів, що утворюють систему інцидентних співвідношень з властивостями циклічних груп, причому оптимальність закладена в самій структурі цих співвідношень. На відміну від одно- і двовимірних циклічних різницевих множин, кластер ідеальних кільцевих відношень охоплює набагато ширший спектр комбінаторних моделей синтезу та оптимізації систем, корисних для прикладних і теоретичних досліджень системних об'єктів будь-якої фізичної природи з можливістю прямого застосування у радіоелектронних, акустичних чи гідроакустичних системах, радіолокаційних системах керування, стан яких визначається функціями групи змінних у вигляді векторних полів, залежних від просторових координат, пристроях НВЧ, методах синтезу оптимальних дискретно-кодованих сигналів з високими якісними характеристиками за такими показниками як завадостійкість, роздільна здатність, мінімізація функції автокореляції, а також для рішення векторних задач в інтересах розвитку нових застосувань техніки 3*D* НВЧ. Проглядається зв'язок розглянутих геометричних структур із фундаментальними законами природи у вигляді просторових гармонійно взаємопов'язаних співвідношень симетрії та асиметрії [11].

Перелік посилань

1. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы / М.Б. Свердлик. – М. : Советское радио, 1975. – 200 с.

2. Tompson A.R. Interferometry and Synthesys in Radio Astronomy / A.R. Tompson, J.M. Moran, G.W. Swenson Jr. – New York : Wiley, 1986. – doi: 10.1002/9783527617845.indauth

3. Kopilovich L. E. Minimization of the number of elements in large radio interferometers / L. E. Kopilovich // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 1995. – Vol. 274, No. 2. – pp. 544-546.

4. Ризнык В. В. Об одном способе оптимального построения дискретных систем /

В. В. Ризнык // Электроника и моделирование. – 1975. – Вып. 8. – К. : Наукова думка. – С.12-15.

5. Холл М. Комбинаторика / М. Холл ; под ред. А.О. Гельфонда и В. Е. Тараканова. – М. : Мир. – 1970. – 470с.

6. Baumert L.D. Cyclic Difference Sets. Lecture Notes in Mathematics. – 1971. – vol. 182. – 167 p.

7. Singer J. A theorem in finite projective geometry and some applications to number theory/ J.Singer // Transactions of the American Mathematical Society. – 1938. – vol. 43, no. 3. – pp. 377-377.

8. Пат US4071848 МКИ H01Q21/22 Thinned Aperiodic Antenna Arrays with Improved Peak Sidelobe Level Control / D.G. Leeper ; заявл. 26.11.1976, US05/745231 ; опубл. 31.01.1978.

9. Копилович Л.Е. Одномерные и двумерные неэквидистантные антенны-решетки с низким уровнем боковых лепестков : препринт №293 / Л.Е. Копилович, Л.Г. Содин ; АН УССР, Ин-т радиофизики и электроники. – 1986. – Харьков : ИРЭ. – 39 с.

10. Чаплин А. Ф. Оптимальные радиосистемы на комбинаторных моделях / А.Ф. Чаплин, В.В. Ризнык, О.Я. Ризнык, Б.В. Коваль, И.Р. Захарчук // Контрольно-измерительная техника. – 1987. – Вып. 42. – С. 84-86.

11. Наукова школа [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://iknit.lp.edu.ua/riznyk/science.html. – Назва з екрану.

12. Різник В.В. Дослідження комбінаторних конфігурацій та їх застосування для синтезу технічних пристроїв і систем з нееквідистантною структурою: Автореф. Дис…. д-ра техн. наук: 28.10.94 / В. В. Різник; Вінницький державний технічний університет. – Вінниця, 1994. – 42 с.

13. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем / В. В. Різник. – Львів : Вища школа, 1989. – 165 с.

14. Riznyk V.V. Multi-dimensional Systems Based on Perfect Combinatorial Models / V.V. Riznyk // IEE Colloquium on Multidimensional Systems: Problems and Solutions. – 1998. - P.5/1-5/4.

15. Riznyk W. Application of the Golden Numerical Rings for Configure Acoustic Systems of Fine Resolution / W. Riznyk // Acta Physica Polonica A. – 2011. – Vol.119, Is. 6A. - P.1046-1049.

16. Riznyk V. Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant radar or sonar systems / V. Riznyk, O. Bandyrska // The European Physical Journal Special Topics. – 2008. –Vol.154. – P. 183-186.

17. Riznyk V. Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant sonar systems / V.Riznyk, O.Bandyrska, D.Skrybaylo-Leskiv // Archives of Acoustics. – 2006. – Vol.31, №4(S). – P. 379-384.

References

1. Sverdlik M.B. (1975) *Optimal'nye diskretnye signaly* [Optimum discrete signals]. Moskow, Sovetskoe radio Publ., 200 p.

2. Tompson A.R., Moran J.M. and Swenson G.W. Jr. (1986) Interferometry and Synthesys in Radio Astronomy, New York, Wiley

3. Kopilovich L. E. (1995) Minimization of the number of elements in large radio interferometers. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 274, no. 2, pp. 544-546.

4. Riznyk V. V. (1975) Ob odnom sposobe optimal'nogo postroeniya diskretnykh sistem [On a method of the optimum design of discrete systems]. *Elektronika i modelirovanie*, No 8, pp. 12-15.

5. Hall M. Jr. (1967) *Combinatorial theory*. Blaisdell Publishing Company, 470 p.

6. Baumert, L.D. (1971) Cyclic Difference Sets. Lecture Notes in Mathematics, vol. 182, 167 p.

7. Singer J. (1938) A theorem in finite projective geometry and some applications to number theory. Transactions of the American Mathematical Society, vol. 43, no. 3, pp. 377-377.

8. Leeper D.G. (1978) *Thinned Aperiodic Antenna Arrays with Improved Peak Sidelobe Level Control*. Pat. USA No 4071848.

9. Kopilovich L.E. and Sodin L.G. (1986) *Odnomernye i dvumernye neekvidistantnye antenny-reshetki s nizkim urovnem bokovykh lepestkov : preprint no 293* [One- and two-dimensional non-uniformly spaced antenna arrays with low side lobe level. Preprint no.293]. Khar'kov, IRE, 39 p.

10. Chaplin A. F., Riznyk V.V., Riznyk O.Ya., Koval' B.V. and Zakharchuk I.R. (1987) Optimal'nye radiosistemy na kombinatornykh modelyakh [Optimum systems on combinatorial models]. *Kontrol'no-izmeritel'naya tekhnika*. Is. 42, pp. 84-86.

11. Naukova shkola [Scientific school]. Available at: http://iknit.lp.edu.ua/riznyk/science.html.

12. Riznyk V.V. (1994) *Doslidzhennia kombinatornykh konfihuratsii ta ikh zastosuvannia dlia syntezu tekhnichnykh prystroiv i system z neekvidystantnoiu strukturoiu : Avtoref. dys. dokt. tekhn. nauk* [Research of the combinatorial configurations and its applications for synthesis of engineering devices and systems with non-uniform structures. Dr. of Sci. (Techn.) diss.]. Vinnycia, 42 p.

13. Riznyk V. V. (1989) *Syntez optymalnykh kombinatornykh system* [Combinatorial synthesis of optimal systems]. Lviv, Vyshcha shkola, 165 p.

14. Riznyk V.V. (1998) Multi-dimensional Systems Based on Perfect Combinatorial Models. IEE Colloquium on Multidimensional Systems: Problems and Solutions, pp.5/1-5/4.

15. Riznyk W. (2011) Application of the Golden Numerical Rings for Configure Acoustic Systems of Fine Resolution. Acta Physica Polonica A, vol.119, pp.1046 -1049.

16. Riznyk V. and Bandyrska O. (2008) Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant radar or sonar systems. The European Physical Journal Special Topics, Vol.154, pp.183- 186.

17. Riznyk V., Bandyrska O. and Skrybaylo-Leskiv D. (2006) Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant sonar systems. Archives of Acoustics, Vol.31, No 4(S), pp. 379-384.

Різник В. В. ***Моделі оптимальних радіосистем на векторних комбінаторних конфігураціях.*** *Запропоновано метод побудови оптимальних радіосистем, який базується на новій комбінаторній конструкції – ідеальних кільцевих векторних послідовностях (кластерах ІКВ). Розглянуті основні властивості таких послідовностей та здійснено порівняльний аналіз з різницевими множинами. Здійснено огляд методів оптимізації, пов'язаних із конструюванням радіотехнічних пристроїв з нееквідистантною структурою та кодових радіосигналів. Постановка задачі включає в себе опрацювання регулярного методу побудови радіосистем за допомогою векторних комбінаторних конфігурацій типу ІКВ, наведена їх характеристика та приклади застосування.*

Ключові слова: *антенна решітка, радіосигнал, оптимізація, кільцева структура, векторна послідовність, циклічна група, оптимальне співвідношення, монолітний код, тор.*

Ризнык В. В. ***Модели оптимальных радиосистем на векторных комбинаторных конфигурациях.*** *Предлжен метод построения оптимальных радиосистем, основанный на новой комбинаторной конструкции – идеальных кольцевых векторных последовательностях (кластерах ІКВ). Рассмотрены основные свойства таких последовательностей и произведен сравнительный анализ с разностными множествами. Сделан обзор методов оптимизации, касающихся конструирования радиотехнических устройств с неэквидистантной структурой и кодовых радиосигналов. Постановка задачи включает в себя разработку регулярного метода построения оптимальних радиосистем при помощи многомерных комбинаторных конфигураций ІКВ и приведены примеры их применения.*

Ключевые слова: *антенная решетка, радиосигнал, оптимизация, кольцевая структура, последовательность векторов, группа, оптимальное соотношение, монолитный код, тор.*

Riznyk V. V. ***Models of optimum radio-systems on the vector combinatorial configurations.*** *Method for construction of optimum radio systems, based on a new conceptual model of the systems - Ideal Ring Vector structures (clusters of the IRV) is proposed. IRV clusters are cyclic ordered sequences of t- integer sub-sequences of the sequence which form perfect relationships of t-dimensional partitions over a virtual t-dimensional lattice covered surface of a finite space interval. The sums of connected sub-sequences of an IRV enumerate the set of t-coordinates specified with respect to cyclic frame reference exactly R-times. This property makes IRVs useful in applications which need to partition multidimensional objects with the smallest possible number of intersections. This sort of models can be used for finding optimal solution for wide classes of technological problems based on the idea of "perfect" vector combinatorial constructions, and expanding the applicability of two-, three- and multidimensional IRV as multidimensional cyclic relationships for fundamental and applied research in systems engineering, for improving such quality indices as vector data coding and signal reconstruction, resolving ability and low side lobe antenna design. There are regarded basic properties these models and made comparative analysis of the models with difference sets. It is shown that the IRVs to be in exceed of difference sets multiply, and set of the classical difference sets is subset of the IRVs. Short review of the methods relating to constructing of the optimum models of non-uniform antenna arrays with respect to low side lobe is given. The problem statement involves development the regular method for construction of the optimum radio-systems using two- and three-dimensional IRVs, and some examples are regarded for illustration its technical merits including algorithm of synthesis of two-dimensional symmetric antenna with 12 elements which provides sufficiently low side lobe radiation levels and shows a flat gain over the frequency range is presented. Method for design of two- or multidimensional vector signals coded based on the optimum binary monolithic code is presented.*

Keywords: *antenna array, radio-signal, optimization, ring structure, optimal relationship, vector sequence, cyclic group, optimum relationship, monolithic code, torus.*