УДК 621.372.826

*С. Н. КУЩ, канд. техн. наук, Е. Н. КРАВЕЦ, мл. науч. сотр.*

# ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОТКРЫТЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

Приведены приближенные формулы для оценки частот основных видов $E$- и $H$-колебаний, толщин и значений диэлектрических проницаемостей сплошных диэлектрических резонаторов (ДР), с учетом влияния проводящих плоскостей.

Рассмотрим ДР, находящийся между двумя идеально проводящими ($\sigma=\infty$) бесконечными плоскостями (рис. 1). Собственные частоты резонатора можно определить, решая систему уравнений

$$\begin{cases} F^{h(e)}(\chi_i R_j, \gamma_i^{h(e)}) = 0; \\ \chi_1^2 + \chi_2^2 - k_1^2 + k_2^2 = 0; \\ \chi_1^2 + k_1^2 + \chi_{z1}^2 = 0; \\ \chi_{z3}^2 - \chi_1^2 + k_3^2 = 0; \\ \chi_{y4}^2 - \chi_1^2 + k_4^2 = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

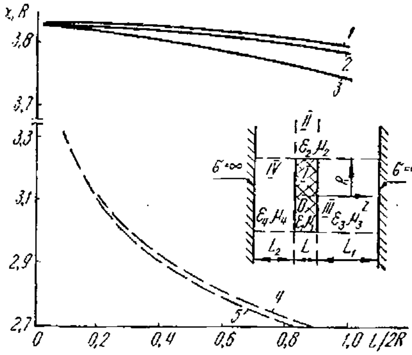


Рис. 1. Диэлектрический резонатор между двумя идеально проводящими плоскостями и зависимости поперечного волнового числа от вида колебаний и параметров ДР:
——— — $E_{01\delta}$-колебания; — — — — $H_{01\delta}$-колебания; *1* — $\varepsilon_{r1}=100$; *2* — $\varepsilon_{r1}=80$; *3* — $\varepsilon_{r1}=40$; *4* — $\varepsilon_{r1}=80$; 100; *5* — $\varepsilon_{r1}=40$; $(\varepsilon_{r3}, \varepsilon_{r4}) \leqslant 10$

где для симметричных $E$- и $H$-колебаний $F^{h(e)}(\chi_i R_j, \gamma_i^{h(e)}) = \chi_1 J_0(\chi_1 R)/J_1(\chi_1 R) + \chi_2 \gamma_2^{h(e)} K_0(\chi_2 R)/K_1(\chi_2 R)$; $\chi_{z_1} L = \mathrm{Arctg}\,[\chi_{z1}\gamma_3^e \,\mathrm{th}\,(\chi_{z3} L_1)/\chi_{z1}] + \mathrm{Arctg}\,[\chi_{z4}\gamma_4^e \,\mathrm{th}\,(\chi_{z4} L_2)/\chi_{z1}]$ для $E$-колебаний, $\chi_{z1} L = \mathrm{Arctg}\,[\chi_{z3}\gamma_3^h \,\mathrm{cth}\,(\chi_{z3} L_1)/\chi_{z1}] + \mathrm{Arctg}\,[\chi_{z4}\gamma_4^h \,\mathrm{cth}\,(\chi_{z4} L_2)/\chi_{z1}]$ для $H$-колебаний; $\chi_i x_{zi}$—поперечное и продольное волновые числа в $i$-й области соответственно; $\gamma_i^e = \varepsilon_1/\varepsilon_i$; $\gamma_i^h = \mu_1/\mu_i$; $\varepsilon_i\mu_i = \varepsilon_0\varepsilon_{ri}\mu_0\mu_{ri}$—электрическая и магнитная проницаемости $i$-й области; $k_i^2 = (2\pi f_0)^2 \varepsilon_i\mu_i$; $f_0$—частота собственных колебаний ДР; $R$, $L$ — радиус и толщина ДР; $L_1$, $L_2$ — расстояния до проводящих плоскостей; $J_n(x)$ — функция Бесселя $n$-го порядка; $K_n(x)$ — функция Макдональда $n$-го порядка.

Рассматривая систему (1) относительно $\chi_{zi}$ для практически применяемых резонаторов при $0{,}3 \leqslant L/2R \leqslant 0{,}8$, $\varepsilon_{r1} \geqslant 30$, $\varepsilon_{r3}$, $\varepsilon_{r4} \leqslant 10$, в случае $H_{0m\delta}$ колебаний получим

$$x\,\mathrm{tg}\,x = \frac{L}{4}\chi_1 \left[\frac{\gamma_3^e\gamma_3^h - 1}{\gamma_3^e}\,\mathrm{cth}\left(\chi_1 L_1 \frac{\gamma_3^e\gamma_3^h - 1}{\gamma_3^e\gamma_3^h}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\gamma_4^e\gamma_4^h - 1}{\gamma_4^e}\,\mathrm{cth}\left(\chi_1 L_2 \frac{\gamma_4^e\gamma_4^h - 1}{\gamma_4^e\gamma_4^h}\right)\right]. \qquad (2)$$

Правая часть уравнения (2) вычисляется по известным параметрам ДР (размеры подставляются в сантиметрах, при этом частота получается в гигагерцах), затем по таблицам [1] ($x \operatorname{tg} x = y$) определяется $x = \chi_{z1} L/2$, откуда $\chi_{z1} = 2x/L$. Частота рассчитывается по формуле $f_0^p = (15/\pi)\,[(\chi_1^2 + \chi_{z1}^2)/(\varepsilon_{r1}\mu_{r1})]^{1/2}$.

Отметим, что для основного $H_{01\delta}$-колебания ДР значение $\chi_1$ можно определить либо из рис. 1, либо считать $\chi_1 = 2{,}4048$. В первом случае мы получим завышенное значение частоты собственных колебаний $f'_0$, во втором — заниженное $f''_0$. Используя методику [2] и вычисляя резонансную частоту как $f_0 = (f'_0 + f''_0)/2$, получим более точное приближение.

**Частоты собственных $H_{01\delta}$-колебаний ДР (рис. 1, $\varepsilon_{r1} = 36{,}2$, $\varepsilon_{r3} = 1$)**

| $2R$, мм | $L$ мм | $\frac{L_1}{L}$ | $\frac{L_2}{L}$ | $\varepsilon_{r4}$ | Данные работы [3] | | | Результаты расчета по формулам, (2), (3) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $f''_0$, ГГц | $f'_0$, ГГц | $f_{эксп}$, ГГц | $f''_0$, ГГц | $f'_0$, ГГц | $f_0$, ГГц |
| 4,06 | 5,15 | 0,568 | 0,568 | 1 | 10,09 | 10,86 | 10,48 | 10,09 | 10,97 | 10,53 |
| 6,03 | 4,16 | 0,820 | 0,820 | 1 | 7,42 | 8,31 | 7,94 | 7,42 | 8,28 | 7,85 |
| 5,98 | 2,96 | 1,360 | 1,360 | 1 | 8,03 | 9,16 | 8,64 | 8,03 | 9,14 | 8,59 |
| 6,02 | 2,14 | 2,070 | 2,070 | 1 | 8,70 | 10,08 | 9,40 | 8,68 | 10,06 | 9,37 |
| 7,99 | 2,14 | 2,070 | 2,070 | 1 | 7,16 | 8,38 | 7,79 | 7,16 | 8,39 | 7,78 |
| 6,06 | 4,22 | 0,943 | 0,166 | 9,5 | — | 8,37 | 8,27 | 7,60 | 8,44 | 8,02 |
| 6,03 | 3,04 | 1,690 | 0,230 | 9,5 | — | 9,18 | 9,09 | 8,83 | 9,45 | 9,14 |
| 6,02 | 2,14 | 2,830 | 0,327 | 9,5 | — | 10,26 | 10,20 | 9,18 | 10,25 | 9,72 |
| 7,94 | 2,10 | 2,900 | 0,333 | 9,5 | — | 8,83 | 8,81 | 7,75 | 8,88 | 8,31 |

Частота $E_{01\delta}$-колебаний резонатора рассчитывается аналогично (используя данные рис. 1). При этом $\chi_{z1}$ находится из уравнения

$$x \operatorname{tg} x = \frac{L}{4}\chi_1\left[\frac{\gamma_3^e\gamma_3^h - 1}{\gamma_3^h}\operatorname{th}\left(\chi_1 L_1 \frac{\gamma_3^e\gamma_3^h - 1}{\gamma_3^e\gamma_3^h}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\gamma_4^e\gamma_4^h - 1}{\gamma_3^h}\operatorname{th}\left(\chi_1 L_2 \frac{\gamma_4^e\gamma_4^h - 1}{\gamma_4^e\gamma_4^h}\right)\right].$$

В таблице приведены результаты расчета собственных частот ДР в случае $H_{01\delta}$-колебаний и данные работы [3].

По заданной $f_0$, выбирая из конструктивных соображений диаметр резонатора, из (1) получаем формулы для расчета толщины ДР

$$L = \{\operatorname{Arctg}[\gamma_3^h\chi_{z3}\operatorname{cth}(\chi_{z3}L_1)/\chi_{z1}] + \operatorname{Arctg}[\gamma_4^h\chi_{z4}\times$$

$$\times \operatorname{cth}(\chi_{z4}L_2)/\chi_{z1}]\}/\chi_{z1} \quad \text{для } H\text{-колебаний}; \qquad (3)$$

$$L = \{\operatorname{Arctg}[\gamma_3^e\chi_{z3}\operatorname{th}(\chi_{z3}L_1)/\chi_{z1}] + \operatorname{Arctg}\times$$

$$\times [\gamma_4^e \chi_{z4} \operatorname{th}(\chi_{z4}L_2)/\chi_{z1}]\}/\chi_{z1} \quad \text{для } E\text{-колебаний.}$$

Расчет проводится следующим образом: вначале вычисляется значение $L$ при $\chi_1=2{,}4048$. По полученному отношению $L/2R$ из рис. 1 находим значение $\chi'_1$. Окончательный расчет проводим, подставляя в формулы (3) $\chi_1=(\chi'_1+2{,}4048)/2$. Формулы (3) справедливы при ранее оговоренных ограничениях. Если в процессе вычислений величина $\chi_{z1}$ получается мнимой, то необходимо повторить расчеты при увеличенном диаметре резонатора.

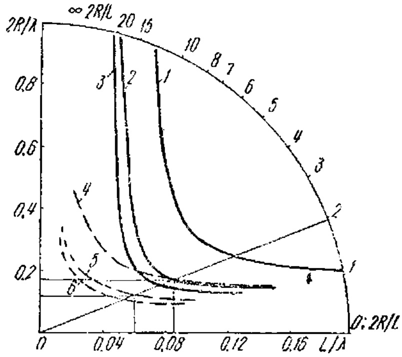


Рис. 2. Номограмма для определения параметров ДР: ——— $E_{01\delta}$-колебания; —·—·— $H_{01\delta}$-колебания; *1*, *4*—$\varepsilon_{r1}=40$; *2*, *5*—$\varepsilon_{r1}=80$; *3*, *6*—$\varepsilon_{r1}=100$, где $\gamma_3^h=\gamma_4^h=1$; $\varepsilon_{r3}=\varepsilon_r=1$; $L_1=L_2\to\infty$; $\lambda$ [см]$=30/f_0$[ГГц]

Относительную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{r1}$ определяем по заданным $f_0$, $L$, $R$, как $\varepsilon_{r1}=(\chi_1^2+\chi_{z1}^2)/(\omega_0^2\varepsilon_0\mu_0\mu_{r1})$, где $\chi_{z1}$ находится из уравнения

$$x \operatorname{tg} x = (\chi_1^2 L/2)\,[\chi_{z3} \operatorname{th}(\chi_{z3}L_1)/(\varepsilon_3\omega_0^2\mu_1) + \chi_{z4} \operatorname{th}(\chi_{z4}L_2)/(\varepsilon_4\omega_0^2\mu_1)]$$

для $E$-колебаний;

$$x \operatorname{tg} x = (L/4)\,[\gamma_3^h\chi_{z3} \operatorname{cth}(L_1\chi_{z3}) + \gamma_4^h\chi_{z4} \operatorname{cth}(\chi_{z4}L_2)] \quad \text{для } H\text{-колебаний.} \quad (4)$$

По известному отношению $L/2R$ из рис. 1 определяем значение $\chi'_1$. Вычисления проводим, подставляя в (4) $\chi_1=(\chi'_1+2{,}4048)/2$.

Приближенную оценку параметров ДР также можно провести, пользуясь номограммами, приведенными на рис. 2. Рассмотрим пример: пусть требуется определить частоты $E_{01\delta}$- и $H_{01\delta}$- колебаний ДР при $\gamma_3^h=\gamma_4^h=1$; $\varepsilon_{r3}=\varepsilon_{r4}=1$; $\varepsilon_{r1}=80$; $L_1=L_2\to\infty$; $2R=0{,}6$ мм; $L=0{,}3$ мм.

Соединим точку $2R/L=2$ с началом координат. На пересечении полученной прямой и кривой, соответствующей $\varepsilon_{r1}=80$ для $E_{01\delta}$-колебания получим точку с координатами $L/\lambda=0{,}085$; $2R/\lambda=0{,}17$. Откуда $f_0=8{,}5$ ГГц. Для $H_{01\delta}$-колебания имеем точку пересечения с координатами $L/\lambda=0{,}06$; $2R/\lambda=0{,}12$, откуда $f_0=6$ ГГц.


1. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М., Наука, 1977. 344 с. 2. *Garault Y., Cuillon P.* Higher accuracy for the resonance frequencies of dielectric resonators.— Electronics letter, 1976, vol. 12, N 18, 475—476. 3. *Pospieszalski M. W.* Cylindrical dielectric rosonators and their applications in TEM line microwave circuits.— IEEE Trans. MTT, 1979, vol. MTT—27, N 3, p. 233—238.



Поступила в редколлегию 26.06.81