

### ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ОТСЧЕТОВ УСТРОЙСТВОМ ПОВОРОТА ВЕКТОРА

В специализированных устройствах БПФ объем аппаратуры и быстродействие в значительной мере определяются сложностью и временем выполнения операции поворота вектора. Для поворота вектора, заданного проекциями  $Re_0$ ,  $Im_0$  наряду с комплексным умножением широко используется более экономичный итеративный алгоритм CORDIC [1]. В обоих вариантах экономия аппаратуры и повышение быстродействия достигается путем уменьшения разрядностей операндов и сумматоров, что приводит к потере точности результатов вычислений.

Целью нашей работы является оценка погрешности вычислений при реализации поворота с помощью алгоритма CORDIC

$$\begin{aligned} Re_{i+1} &= Re_i - Im_i \alpha_i 2^{-i}; \\ Im_{i+1} &= Im_i + Re_i \alpha_i 2^{-i}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\alpha_i = \pm 1$  в зависимости от положения вектора в плоскости координат.

Погрешности вычисления по алгоритму (1) обусловлены двумя факторами: погрешностью представления операндов  $Re_0$ ,  $Im_0$  и шумами округления результатов умножения, необходимого из-за конечной разрядности сумматоров арифметического устройства (АУ). Полагая, что исходные координаты вектора заданы округленными значениями, и погрешности  $\Delta Re_0$ ,  $\Delta Im_0$  и округления независимы и распределены равномерно, получим статистические оценки результатов вычислений по алгоритму (1). Обозначим  $n$  — разрядность операндов  $Re_0$  и  $Im_0$ ;  $m$  — разрядность сумматоров. Зададим  $m = n + 1 + l$ , где один дополнительный старший разряд учитывает свойственный алгоритму CORDIC эффект увеличения модуля числа [1], а  $l$  — некоторое число младших разрядов сумматора, влияющее на точность результата.

Приняв, что разрядность сумматоров не ограничена ( $l = \infty$ ), оценим влияние конечной разрядности входных операндов на погрешность результата вычислений.

На основании алгоритма (1) можно показать, что дисперсия ошибки вычисления квадратурных составляющих, обусловленная неточностью представления входных операндов,

$$\sigma_{\text{он}}^2 \leq \left[ \prod_{i=0}^{M-1} (1 + 2^{-2i}) \right] \sigma_0^2, \quad (2)$$

где  $\sigma_0^2$  — дисперсия входных отсчетов, представленных двоичными числами в дополнительном коде с фиксированной запятой;  $M$  — число итераций;  $i$  — порядковый номер итерации. Для заданных

условий  $\sigma_0^2 = 2^{-2(m+1)}/12$ . Отметим, что с ростом номера итерации дисперсия результата возрастает крайне незначительно. При  $M \geq 3$  ее можно оценить

$$\sigma_{\text{оп}}^2 \approx 2,5 \cdot 2^{-2(n+1)}/12. \quad (2a)$$

Оценим влияние на погрешность результата конечной разрядности сумматоров ( $l \neq \infty$ ). При округлении результата вычислений до  $m$  разрядов на всех итерациях, где имеется сдвиг операнда за пределы разрядной сетки сумматора, в результат суммирования вносится независимая случайная погрешность  $\Delta_i$ : при сдвиге на один разряд и округлении  $\bar{\Delta}_1 = 0$ ,  $\sigma_1^2 = 2^{-2m}/4$ ; при сдвиге на два разряда и округлении  $\bar{\Delta}_2 = 0$ ,  $\sigma_2^2 = 2^{-2m}/8$ ; при сдвиге на три и более разрядов и округлении погрешность оценивается известной формулой  $\sigma_3^2 = 2^{-2m}/12$ . При  $M$  итерациях дисперсия погрешности округления определяется выражением

$$\sigma_{\text{окр}}^2 = 2^{-2m} (3 + 1,5 + M_1)/12, \quad (3)$$

где  $M_1$  — число итераций, на которых разрядность одного из операндов превышает разрядность сумматора на три и более разрядов,

$$M_1 = M - 1 - l - 2 = M - l - 3 \text{ и } \sigma_{\text{окр}}^2 = 2^{-2m} (M - l + 1,5)/12. \quad (3a)$$

Дисперсия суммарной погрешности результатов вычисления по выражению (1) определяется суммой (2a) и (3a)

$$\sigma^2 = 2^{-2m} (2,5 \cdot 2^{2l} + M - l + 1,5)/12. \quad (4)$$

В частности, при  $m = n + 1$   $\sigma^2 = 2^{-2m} (M + 4)/12$ .

Полученные зависимости связывают требуемую точность выполнения операции поворота вектора с разрядностями операндов и сумматоров АУ процессора CORDIC.

1. Применение цифровой обработки сигналов / Под ред. Э. Опленгейма. М., Мир, 1980. 550 с.

Поступила в редколлегию 14.07.81

УДК 621.374

*Г. И. КАЛЬНАЯ, С. В. ОГУРЦОВ, кандидаты физ.-мат. наук,  
Н. Г. КИРИЛЕНКО, студ.*

#### **РЕНТГЕНОСТРУКТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ ПЛЕНОК ОКСИ ЦИНКА ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН**

Статья посвящена совершенствованию технологии получения текстурированных пленок окиси цинка, используемых в устройствах на поверхностных акустических волнах (ПАВ). Рентгено-