

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ОТСЧЕТОВ УСТРОЙСТВОМ ПОВОРОТА ВЕКТОРА

В специализированных устройствах БПФ объем аппаратуры и быстродействие в значительной мере определяются сложностью и временем выполнения операции поворота вектора. Для поворота вектора, заданного проекциями Re_0 , Im_0 наряду с комплексным умножением широко используется более экономичный итеративный алгоритм CORDIC [1]. В обоих вариантах экономия аппаратуры и повышение быстродействия достигается путем уменьшения разрядностей операндов и сумматоров, что приводит к потере точности результатов вычислений.

Целью нашей работы является оценка погрешности вычислений при реализации поворота с помощью алгоритма CORDIC

$$\begin{aligned} Re_{i+1} &= Re_i - Im_i \alpha_i 2^{-i}; \\ Im_{i+1} &= Im_i + Re_i \alpha_i 2^{-i}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\alpha_i = \pm 1$ в зависимости от положения вектора в плоскости координат.

Погрешности вычисления по алгоритму (1) обусловлены двумя факторами: погрешностью представления операндов Re_0 , Im_0 и шумами округления результатов умножения, необходимого из-за конечной разрядности сумматоров арифметического устройства (АУ). Полагая, что исходные координаты вектора заданы округленными значениями, и погрешности ΔRe_0 , ΔIm_0 и округления независимы и распределены равномерно, получим статистические оценки результатов вычислений по алгоритму (1). Обозначим n — разрядность операндов Re_0 и Im_0 ; m — разрядность сумматоров. Зададим $m = n + 1 + l$, где один дополнительный старший разряд учитывает свойственный алгоритму CORDIC эффект увеличения модуля числа [1], а l — некоторое число младших разрядов сумматора, влияющее на точность результата.

Приняв, что разрядность сумматоров не ограничена ($l = \infty$), оценим влияние конечной разрядности входных операндов на погрешность результата вычислений.

На основании алгоритма (1) можно показать, что дисперсия ошибки вычисления квадратурных составляющих, обусловленная неточностью представления входных операндов,

$$\sigma_{\text{он}}^2 \leq \left[\prod_{i=0}^{M-1} (1 + 2^{-2i}) \right] \sigma_0^2, \quad (2)$$

где σ_0^2 — дисперсия входных отсчетов, представленных двоичными числами в дополнительном коде с фиксированной запятой; M — число итераций; i — порядковый номер итерации. Для заданных

условий $\sigma_0^2 = 2^{-2(m+1)}/12$. Отметим, что с ростом номера итерации дисперсия результата возрастает крайне незначительно. При $M \geq 3$ ее можно оценить

$$\sigma_{\text{оп}}^2 \approx 2,5 \cdot 2^{-2(n+1)}/12. \quad (2a)$$

Оценим влияние на погрешность результата конечной разрядности сумматоров ($l \neq \infty$). При округлении результата вычислений до m разрядов на всех итерациях, где имеется сдвиг операнда за пределы разрядной сетки сумматора, в результат суммирования вносится независимая случайная погрешность Δi : при сдвиге на один разряд и округлении $\bar{\Delta}_1 = 0$, $\sigma_1^2 = 2^{-2m}/4$; при сдвиге на два разряда и округлении $\bar{\Delta}_2 = 0$, $\sigma_2^2 = 2^{-2m}/8$; при сдвиге на три и более разрядов и округлении погрешность оценивается известной формулой $\sigma_3^2 = 2^{-2m}/12$. При M итерациях дисперсия погрешности округления определяется выражением

$$\sigma_{\text{окр}}^2 = 2^{-2m} (3 + 1,5 + M_1)/12, \quad (3)$$

где M_1 — число итераций, на которых разрядность одного из операндов превышает разрядность сумматора на три и более разрядов,

$$M_1 = M - 1 - l - 2 = M - l - 3 \text{ и } \sigma_{\text{окр}}^2 = 2^{-2m} (M - l + 1,5)/12. \quad (3a)$$

Дисперсия суммарной погрешности результатов вычисления по выражению (1) определяется суммой (2a) и (3a)

$$\sigma^2 = 2^{-2m} (2,5 \cdot 2^{2l} + M - l + 1,5)/12. \quad (4)$$

В частности, при $m = n + 1$ $\sigma^2 = 2^{-2n} (M + 4)/12$.

Полученные зависимости связывают требуемую точность выполнения операции поворота вектора с разрядностями операндов и сумматоров АУ процессора CORDIC.

1. Применение цифровой обработки сигналов / Под ред. Э. Опленгейма. М., Мир, 1980. 550 с.

Поступила в редколлегию 14.07.81

УДК 621.374

*Г. И. КАЛЬНАЯ, С. В. ОГУРЦОВ, кандидаты физ.-мат. наук,
Н. Г. КИРИЛЕНКО, студ.*

РЕНТГЕНОСТРУКТУРНЫЕ И ОПТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ ПЛЕНОК ОКСИ ЦИНКА ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Статья посвящена совершенствованию технологии получения текстурированных пленок окиси цинка, используемых в устройствах на поверхностных акустических волнах (ПАВ). Рентгено-