УДК 621.372.001.24:681.3

В. В. ЛЫСАК, студ., А. И. РЫБИН, ассист.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ КОРНЕЙ ПОЛИНОМОВ

Оценка устойчивости по корневому критерию связана с большими трудностями при вычислении корневых чувствительностей, с дополнительной погрешностью, возникающей при вычислении коэффициентов полиномов. Теоретико-множественные и матрично-топологические методы [4, 5] требуют значительного объема памяти ЭВМ. Нами предлагается метод, свободный от указанных недостатков и позволяющий выразить нули и полюса схемной функции в виде зависимости от параметров цепи.

Для нахождения корней определителя матрицы цепи используем специальные классы функций многих комплексных переменных, с помощью которых нули произвольного полинома выражаются через его коэффициенты [2]. Корни d-членного полинома m-степени

$$L(P, Q_{m-t_1}, Q_{m-t_2}, \ldots, Q_{m-t_{d-2}}, Q_m) = 0, \quad m > t_1 > t_2 > \ldots > t_{d-2}, \quad d \leqslant m-1. \tag{1}$$

могут быть представлены элементами некоторой полной аналитической функции переменных Q_{m-t_i} [3], представляющий ряд

$$K(Q_{m-t_i}, Q_m) = \sum_{n=0} \frac{1}{n!}\left(\sum_{i=1}^{d-2} Q_{m-t_i}\frac{\partial}{\partial Q_{m-t_i}}\right)_0^n K(Q_m), \tag{2}$$

где $K(Q_m) = K(0, Q_m) = \sqrt[m]{-Q_m}$. Нулевые индексы, стоящие внизу скобок, указывают на то, что значения производных взяты при $Q_{m-t_i} = 0$.

Находя значения производных правой части равенства [2], получим одну из групп элементов аналитической функции корней полиномов от его коэффициентов, с помощью которой могут выражаться корни полинома

$$p_j = \sqrt[m]{-Q_m}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\ \sum_{r_1, r_2, \ldots, r_{d-2}=0}^{n}\ \prod_{i=1}^{d-2}\frac{1}{r_i!}\left[\frac{Q_{m-t_i}(\sqrt[m]{-Q_m})^{t_i}}{mQ_m}\right]^{r_i} \times \prod_{\nu=1}^{n-1}\left(\sum_{i=1}^{d-2} t_i r_i + 1 - \nu_m\right)\right\}.$$

Разлагая $K(Q_{m-ti}, Q_m)$ в ряд по другой системе коэффициентов, можно получить другие элементы аналитической функции корней полиномов.

Чтобы установить связь между значениями параметров схемы и коэффициентами полинома, наиболее целесообразно применить матрицу взаимных производных. Как показано в работе [4], для RC-цепей определитель можно представить в виде

$$|Y(p)| = p^k \begin{vmatrix} \frac{1}{p} - \xi_{11} & -\xi_{12} & \dots & -\xi_{1k} \\ -\xi_{21} & \frac{1}{p} - \xi_{22} & \dots & -\xi_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -\xi_{k1} & -\xi_{k2} & \dots & \frac{1}{p} - \xi_{kk} \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

где ξ_{ij} — элементы матрицы взаимных производных.

Для RLC-цепей выражение (3) можно найти путем замены индуктивностей нагруженными емкостью гираторами. Введем обозначение $\lambda = \frac{1}{p}$. Тогда задача получения определителя схемы как функции от p сводится к вычислению собственного многочлена матрицы ξ. Так как главные миноры матрицы не равны нулю, то ее можно представить в виде [1]

$$\xi = \beta\gamma, \qquad (4)$$

где γ и β — верхняя и нижняя треугольные матрицы соответственно.

Если в равенстве (4) сравнить элементы матриц, стоящих справа и слева, получится система уравнений для определения β_{ij} и γ_{ij}: $\sum\limits_{k=1}^{\min(i,j)} \beta_{ik}\gamma_{kj} = \xi_{ij}$.

Полагая диагональные элементы матрицы γ равными единице, можно показать, что коэффициенты полинома $a_0p^m + a_1p^{m-L} + \dots + a_m = 0$ находятся из соотношений

$$a_0 = (-1)^m;$$

$$a_1 = (-1)^{m-1} \sum_{k=1}^{m} \beta_{kk};$$

$$\vdots$$

$$a_s = (-1)^{m-s} \sum_{i=1}^{m-s+1} \dots \sum_{f=j+1}^{m} \beta_{ii} \dots \beta_{jj}\beta_{ff};$$

$$\vdots$$

$$a_m = \prod_{i=1}^{m} \beta_{ii}.$$

В соответствии с изложенным выше следует отметить, что предлагаемый метод удобен при многократном изменении параметров схемы в интервале рабочих условий; траектория корневого годографа строится с высокой точностью. Кроме того, он обеспечивает выигрыш в затратах машинного времени и требуемого объема машинной памяти по сравнению с другими методами.

1. *Кампе де Ферье Ж., Кемпбелл Р. и др.* Функции математической физики. М., ИЛ., 1963, с. 29. 2. *Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И.* Вычислительные методы. М., 1976, с. 101—103. 3. *Маркушевич А. И.* Теория аналитических функций. М.; Л., 1950, с. 666—673. 4. *Рыбин А. И., Трохименко Я. К.* Символьный анализ электронных цепей с использованием матрицы взаимных производных.— Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1977, 20, № 6, с. 45. 5. *Трохименко Я. К.* Метод обобщенных чисел и анализ линейных цепей. М., Сов. радио, 1972. 168 с.

Поступила в редколлегию 27.10.80

УДК 621.372.832.4

В. М. СТЕЧЕНКО, канд. техн. наук

КВАДРАТУРНОЕ МОСТОВОЕ УСТРОЙСТВО НА МАГНИТОСВЯЗАННЫХ ЛИНИЯХ

Квадратурные мостовые устройства (МУ), или направленные ответвители, обеспечивают в широкой полосе частот деление сигнала с одновременным сдвигом по фазе на 90°. Среди известных устройств [1, 2, 4] в метровом диапазоне волн наибольшую широкополосность могут иметь МУ, состоящие из двух сумматоров и фазовращателя [4] (см. рисунок, *а*). Характеристики такого МУ можно определить, используя метод направленных графов. В частности, выражение для коэффициента деления напряжений (отношения амплитуд выходных напряжений) получаем в виде

$$M = S_{12}/S_{13} = \operatorname{tg}(\varphi/2) = \operatorname{tg}(0{,}5\,\varphi_1 - 0{,}5\varphi_2), \qquad (1)$$

где $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — фазовый сдвиг фазовращателя. Отклонения фазы $\Delta\varphi$ от среднего значения φ_0 определяет величину изменения M

$$\Delta M = \Delta\varphi \operatorname{tg}(\varphi_0/2). \qquad (2)$$

При выполнении сумматоров на магнитосвязанных линиях (см. рисунок, *б*), широкополосность которых достигает 2—3 декады, рабочий диапазон частот МУ ограничен полосой фазовращателя с фазовым сдвигом требуемой точности. Широкополосность же и точность фазовращателей пропорциональна количеству фазовых звеньев. Так, для фазовращателя из двух пар фазовых звеньев первого порядка (*в*) в полосе одной декады 90° фазовый сдвиг обеспечивается с точностью 1,1° ($\Delta M = 0{,}2$ дБ) [3].

Анализ характеристик $|S_{11}|$ и $|S_{14}|$ показывает, что с учетом непредсказуемости фазовых сдвигов коэффициентов отражения