

В последнем выражении учтено, что максимально допустимые амплитуды при обоих способах запуска одинаковы.

В наилучшем случае, когда все гармоники запускающего сигнала синфазны в момент запуска и равны по амплитуде, имеет место выигрыш в $0,5(1+n)$ раз по сравнению с гармоническим фазированием. В реальных системах выигрыш может уменьшаться за счет ослабления отдельных гармоник и искажения их фазовых соотношений в канале связи. В наихудшем случае фазирование осуществляется первой гармоникой видеосигнала, и тогда выигрыш (7) равен 1, т. е. оба способа фазирования равноценны.

Кроме собственной неустойчивости порога ГГ, источниками погрешностей фазирования могут быть шумы системы авторегулирования (если таковая применяется), а также дрейф электрической длины канала связи. Эти погрешности не зависят от способа запуска ГГ.

1. Гойжевский В. А., Левина А. Ф., Маглеванная Н. И. и др. Измеритель параметров фазочастотной характеристики четырехполюсника. А. с. СССР МКИ GOIR 29/00 № 573777. Опубликовано в БИ, 1977, № 35. 2. Шарпан О. Б. Фазостабильный генератор дискретного множества частот с высокой равномерностью спектров.— Приборы и техника эксперимента, 1975, № 5, с. 120—122.

Поступила в редколлегию 23.06.81

УДК 621.372.061

Я. К. ТРОХИМЕНКО, *д-р техн. наук, А. И. РЫБИН, ассист.,*
К. С. СЕДОВ, *студ.*

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И ТРУДОЕМКОСТИ ОБРАЩЕНИЯ МАТРИЦЫ МЕТОДОМ МОДИФИКАЦИИ

Современные методы символьного анализа электронных схем обладают либо малой точностью (интерполяционные методы), либо требуют большого числа арифметико-логических операций и соответственно большого объема памяти ЭВМ. Существует ряд прогрессивных методов обращения матрицы [1, 4—8], реализующих операции только над ненулевыми ее элементами, что обеспечивает минимальную трудоемкость. Это обусловлено тем, что в матрице проводимостей реальной цепи ненулевыми являются лишь несколько элементов строки.

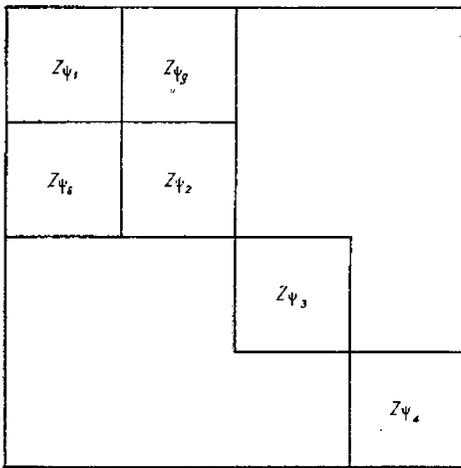
В работе [2] был предложен метод обращения матрицы иммитансов с выбором главного элемента схемы, в основе которого лежит последовательное приведение каждой проводимости ветви схемы в отдельности к ее истинному значению

$$Z_i = Z_{i-1} + [(\delta\omega_i)/(1 - \delta\omega_i \xi_{ii}) \xi_{20} \xi_{0z}], \quad (1)$$

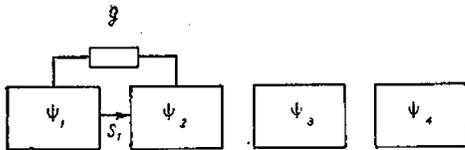
где Z_i — i -я модификация обратной матрицы цепи; $\delta\omega_i$ — отклонение фиксированного значения i -го параметра (при котором проводились вычисления) от его истинного значения; ξ_{ii} — диагональный элемент матрицы взаимных производных определителя по параметрам элементов схемы; $\xi_{20} = [\xi_{\psi_1} \xi_{\psi_2} \dots \xi_{\psi_n}]$ — вектор-строка взаим-

ных производных размерностью $1 \times K$; ξ_{0z} — вектор-столбец размерностью $K \times 1$.

Сравним метод модификаций с работами [1, 4—8] по точности вычисления элементов обратной матрицы, а затем по трудоемкости. Точность результата обращения матрицы цепи во многом определяется количеством операций деления на разность близких по величине чисел. Если полученные таким образом результаты многократно используются в дальнейших расчетах, ошибка накапливается. При реализации (1) в случае пассивной схемы элементы главной диагонали являются максимальными по модулю величинами строки (столбца). Поэтому при разрыве прямых передач активной схемы каждая из подматриц Z_{ψ_i} блочно-диагональной матрицы (рис. 1) узловых проводимостей может быть обращена без существенной потери точности, если ее порядок невелик.



а



б

Рис. 1. Обратная матрица (а) и структурная схема исследуемой цепи (б)

При разорванной обратной связи (обратимой ветви) элементы векторов ξ_{z0} и ξ_{0z} , определяющие величину элементов матрицы приращений $A = \xi_{z0}\xi_{0z}$ при выражении необратимой ветви, равны соответствующим элементам обращенной блочно-диагональной матрицы. Это объясняется тем, что одно из двух слагаемых, определяющих их величину, равно нулю. Таким образом, при формировании матрицы приращений A будут отсутствовать операции вычитания близких по величине чисел, вносящие погрешность при использовании метода Гаусса. Иными словами, в этом случае матрица преобразуется из блочно-диагональной ($Z_{\psi_1}, Z_{\psi_2}, Z_{\psi_3}$) в блочно-треугольную ($Z_{\psi_1}, Z_{\psi_2}, Z_{\psi_3}$).

Нетрудно показать, что при реализации алгоритма выбора главного элемента схемы ненулевые элементы матрицы A суммируются с нулевыми элементами (находящимися вне блочной диагонали) матрицы Z . Таким образом, процесс выраживания прямых передач (необратимых ветвей) не содержит операции вычи-

тания близких по величине чисел. Более того, коэффициент $K = (\delta\tilde{w}_i)/(1-\delta\tilde{w}_i)$ преобразуется к виду $K = \delta\tilde{w}_i$, т. е. при вычислении очередной модификации обратной матрицы отсутствует операция деления.

После выращивания всех необратимых ветвей схемы обратная матрица будет максимально асимметричной. При вычислении матрицы приращений A для выращивания обратимой ветви, связывающей две соседние подсхемы, операции вычитания выполняются над числами, значительно различающимися по величине, что также не приводит к потере точности. Наконец, собственная нормированная производная ξ_{ii} по проводимости w_i в силу значительной асимметрии матрицы вычисляется достаточно точно. Даже если при выращивании обратимой ветви определить вновь образованной подсхемой становится очень малым (если матрица содержит очень большие и близкие по величине числа), это не влияет на точность выращивания обратимой ветви, связывающей подсхему ψ_1, ψ_2 , образованную на предыдущем шаге процесса, с очередной подсхемой ψ_3 анализируемой схемы. Если выращивается обратимая ветвь, связывающая две другие подсхемы ψ_3, ψ_4 , то частичная погрешность вычисления матрицы $Z_{\psi_1}, Z_{\psi_2}, Z_{\psi_3}, Z_{\psi_4}$ никак не влияет на точность результата вычисления матриц этих подсхем. Иными словами, результирующая погрешность получается суммированием, а не умножением частичных погрешностей отдельных подсхем. Процедура выбора главного элемента схемы при равном количестве прямых передач и ветвей обратной связи по крайней мере в два раза сокращает число операций деления.

Сравним трудоемкость (вычислительные затраты) метода модификаций с результатами работ [1, 4—8]. Наиболее трудоемкими арифметическими операциями при машинной реализации алгоритмов являются операции умножения (деления). Поэтому в качестве основной характеристики трудоемкости будем использовать количество D операций умножения. Строго говоря, метод модификаций для обращения матриц следует сравнивать по трудоемкости с методами, эквивалентными по информативности результата. Для сравнения выберем такие алгоритмы: триангуляризация, метод Гаусса, LU -разложение и метод модификаций. Все алгоритмы реализуют операции только над ненулевыми элементами.

Метод триангуляризации позволяет найти только одно решение системы уравнений цепи при заданных правых частях, причем изменение правых частей влечет за собой необходимость повторения вычислительной процедуры заново.

Более информативное LU -разложение позволяет найти решения при различных правых частях. Своеобразной «платой» за повышение информативности метода анализа является увеличение числа трудоемких операций. Это тем более справедливо в случае обращения матрицы.

В таблице приведены формулы и результаты оценки трудоемкости методов анализа конкретных схем. Как видно из таблицы,

Число узлов	Число операций D			
	Триангуляризация	LU-метод	Метод Гаусса	Метод модификаций
n	$\sum_{i=1}^{n-1} [(r_i + 1)^2 + r_i]$	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} [(r_i + 1)^2 + 2(i-1) \times (r_i + 1)] + \sum_{i=1}^n \left(n - i + \frac{r_i + 3}{2} \right)$	$\sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{r_i + 1}{2} + i \right) r_i + nr_{\max} + n^2$	$\sum_{i=q}^q n_i^3 + \gamma n^2$
$n; r_i = \text{const}$	$(n-1)(r_i + 1)^2 + r_i(n-1)$	$(n-1)(r_i + 1)^2/2 + (n-1)^2 \times (r_i + 2)/2$	$n(n-1)r_i + n^2 + nr_i(r_i + 1)/2$	$\sum_{i=1}^q n_i^3 + \gamma r_i^2$
101	4100	36800	61500	$(3 \div 5) 10^9$
3	16	20	27	12
6	97	124	156	126

Примечание: q —число разбиений на подсхемы; n_i —число узлов i -й подсхемы; γ —число разорванных при разбиении ветвей; r_i —число ненулевых элементов i -й строки; r_{\max} —максимальное число ненулевых элементов в строке.

минимальной трудоемкостью обладает метод триангуляризации [1], а сравним с ним по этому параметру лишь метод модификаций, информативность которого максимальна. Следует отметить, что в таблице приведена формула оценки нижней границы числа трудосмких операций, справедливая только для так называемых r -диагональных матриц. Однако в процессе приведения матриц к

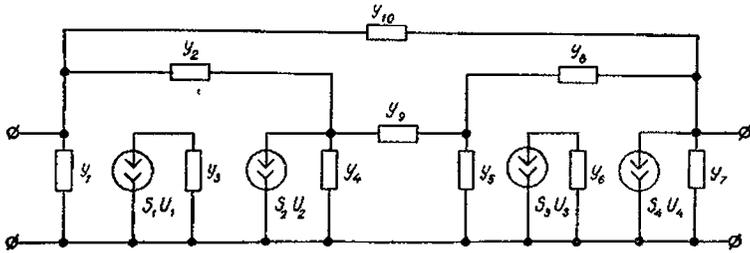


Рис. 2. Исследуемая схема

r -диагональному виду методом триангуляризации возникают дополнительные ненулевые элементы и требуется большое число логических операций, не учтенных формулой.

Вернемся к вопросу точности метода модификаций. В качестве примера рассмотрим схему, изображенную на рис. 2, при нормированных параметрах, характерных для транзисторных схем: $y_1 = y_5 = 4$ м Сим; $y_2 = y_8 = 0,01$ м Сим; $y_3 = y_6 = 3$ м Сим; $y_4 = y_7 = 1$ м Сим; $S_1 = S_3 = 40$ мА/В; $S_2 = S_4 = 30$ мА/В; $y_8 = \infty$; $y_{10} = 1,5 \times 10^{-6}$ мСим. Точные значения элементов обратной матрицы Z_T , результирующая обратная матрица Z_ξ , вычисленная по формуле (1), а также матрица Z_T , вычисленная методом Гаусса с выбором главного элемента, приведены ниже:

при Z_T

8,617	-0,866	0,0836	0,0014	0	
-115,886	11,948	-1,126	-1,126	0,125	
3251,171	-325,921	32,592	32,592	-3,621	
3251,171	-325,921	32,592	32,592	-3,621	
-43347,5	4345,48	-434,55	-434,55	48,953	
128762,55	-129081,2	12908,12	12908,12	-1587,74	
					0
					-0,011
					0,325
					0,325
					-4,33
					129,805

при Z_ξ

7,431	-0,752	0,0797	0,0797	0,00093	0
-112,7	10,74	-0,983	-0,983	0,0996	-0,009
3247,92	-324,77	29,97	29,97	-2,845	0,296
3247,92	-324,77	29,97	29,97	-2,845	0,296
-43341	2339,17	-428,3	-428,3	44,71	-4,29
1287611	-129074,7	12907,47	12907,47	-1569,36	121,4

при Z_T

97,11	-9,71	0,945	0,945	0,053	0,01
-7248,2	729,35	-72,16	-72,16	7,39	-0,72
44573,2	-4457,91	445,78	445,78	-48,72	4,41
44573,2	-4457,91	445,78	445,78	-48,72	4,41
-665731	668329	-66832,4	-66832,4	671,5	73,4
35477831	-2760443	276044,3	276044,3	-22371,9	3338,5

Таким образом, обращение матрицы методом Гаусса привело к недопустимой погрешности, в то время как предложенный в работе [2] и развитый в работе [3] метод при тех же условиях дал достаточно точные результаты.

Итак, процедура выбора главного элемента схемы позволяет обращать матрицу проводимости методом модификаций с высокой точностью, а также сократить число трудоемких операций деления. Метод модификаций обладает экономичностью, по крайней мере не худшей (по числу операций умножения), чем методы, основанные на операциях только с ненулевыми элементами матриц [1, 6, 8]. При этом информативность метода модификаций выше, что позволяет признать его эффективным и удобным для анализа как больших, так и малых радиоэлектронных схем.

1. Глориозов Е. Л., Осорин В. Г., Сипчук П. П. ПАУМ — программа анализа электронных схем, основанная на узловом методе. — Электрошная техника. Сер. 3. Микроэлектроника. 1975, вып. 2(56), с. 42. 2. Рыбин А. И. Решение задач моделирования обращения матрицы методом взаимных производных. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1978, XXI, № 6, с. 53. 3. Рыбин А. И., Трохименко Я. К. Символьный анализ электронных цепей с использованием матрицы взаимных производных. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1977, XX, № 6, с. 45. 4. Сизорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. Киев, Техника, 1970. 609 с. 5. Чуа Л. О., Мен-Лин Печ. Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). М., Энергия, 1980. 620 с. 6. Jennings A., Tuff A. D. A direct method for the solution of large sparse symmetric simultaneous equation. — In: Large Sparse Sets of Linear Equations, N. Y., Academic Press, 1971, p. 142. 7. Rose D. J., Bunch J. R. The role of partitioning in the numerical solutions of sparse systems. — In: Sparse Matrices and their Applications, N. Y., Plenum Press, 1972, p. 71. 8. Tinney W. F., Walker J. W. Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorisation. — Proc. IEEE, vol. 55, 1967, p. 44.

Поступила в редколлегию 10.09.81

УДК 621.375.21

Ю. В. ШУБС, м.л. науч. сотр., Ю. Л. ЧУЛАЕВСКИЙ, студ.

БЕЗЫЗЫТОЧНЫЙ ВЫБОР РАЗРЯДНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЦИФРОВЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНЫХ ФИЛЬТРАХ

При цифровой обработке сигналов широко применяются дискретные трансверсальные фильтры (ТФ) на основе БПФ [4], для оптимизации аппаратурных реализаций которых необходимы критерии выбора разрядности коэффициентов импульсной характеристики ТФ и весовых коэффициентов БПФ. Однако критерии, основанные на приближенных оценках погрешностей квантования коэффициентов [3, 6], не удовлетворяют практике.

Нами рассматривается уточненная методика оценки погрешностей квантования констант в ТФ, пригодная для безызыточного выбора разрядности коэффициентов при заданных требованиях к динамическому диапазону ТФ.

Полагая L — число коэффициентов импульсной характеристики ТФ равным N -размерности БПФ, представим $D\{\Delta y(mT)\}$ —