

Таким образом, обращение матрицы методом Гаусса привело к недопустимой погрешности, в то время как предложенный в работе [2] и развитый в работе [3] метод при тех же условиях дал достаточно точные результаты.

Итак, процедура выбора главного элемента схемы позволяет обращать матрицу проводимости методом модификаций с высокой точностью, а также сократить число трудоемких операций деления. Метод модификаций обладает экономичностью, по крайней мере не худшей (по числу операций умножения), чем методы, основанные на операциях только с ненулевыми элементами матриц [1, 6, 8]. При этом информативность метода модификаций выше, что позволяет признать его эффективным и удобным для анализа как больших, так и малых радиоэлектронных схем.

1. Глориозов Е. И., Осорин В. Г., Сипчук П. П. ПАУМ — программа анализа электронных схем, основанная на узловом методе. — Электрошная техника. Сер. 3. Микроэлектроника. 1975, вып. 2(56), с. 42. 2. Рыбин А. И. Решение задач моделирования обращения матрицы методом взаимных производных. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1978, XXI, № 6, с. 53. 3. Рыбин А. И., Трохименко Я. К. Символьный анализ электронных цепей с использованием матрицы взаимных производных. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1977, XX, № 6, с. 45. 4. Сизорский В. П., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. Киев, Техника, 1970. 609 с. 5. Чуа Л. О., Мен-Лин Печ. Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). М., Энергия, 1980. 620 с. 6. Jennings A., Tuff A. D. A direct method for the solution of large sparse symmetric simultaneous equation. — In: Large Sparse Sets of Linear Equations, N. Y., Academic Press, 1971, p. 142. 7. Rose D. J., Bunch J. R. The role of partitioning in the numerical solutions of sparse systems. — In: Sparse Matrices and their Applications, N. Y., Plenum Press, 1972, p. 71. 8. Tinney W. F., Walker J. W. Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorisation. — Proc. IEEE, vol. 55, 1967, p. 44.

Поступила в редколлегию 10.09.81

УДК 621.375.21

Ю. В. ШУБС, м.л. науч. сотр., Ю. Л. ЧУЛАЕВСКИЙ, студ.

### БЕЗЫЗЫТОЧНЫЙ ВЫБОР РАЗРЯДНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЦИФРОВЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНЫХ ФИЛЬТРАХ

При цифровой обработке сигналов широко применяются дискретные трансверсальные фильтры (ТФ) на основе БПФ [4], для оптимизации аппаратурных реализаций которых необходимы критерии выбора разрядности коэффициентов импульсной характеристики ТФ и весовых коэффициентов БПФ. Однако критерии, основанные на приближенных оценках погрешностей квантования коэффициентов [3, 6], не удовлетворяют практике.

Нами рассматривается уточненная методика оценки погрешностей квантования констант в ТФ, пригодная для безызыточного выбора разрядности коэффициентов при заданных требованиях к динамическому диапазону ТФ.

Полагая  $L$  — число коэффициентов импульсной характеристики ТФ равным  $N$ -размерности БПФ, представим  $D\{\Delta y(mT)\}$  —

дисперсию погрешности вычисления  $y(m)$ -го отсчета в ТФ в виде [5]

$$D \{ \Delta y(mT) \} = \sum_{k=0}^{N-1} f^2(kT) D_{\Delta c} + \sum_{l=0}^{N-1} c^2(lT) D_{\Delta f} + D_{\Delta U_{\text{ш}}}, \quad (1)$$

где  $\{f(kT)\}_0^{N-1}$  — последовательность входных отсчетов ТФ;  $\{c(lT)\}_0^{L-1}$  — коэффициенты импульсной характеристики ТФ;  $T$  — период дискретизации;  $D_{\Delta c}$  — дисперсия погрешности квантования коэффициентов  $c(lT)$  в ТФ;  $D_{\Delta f}$  и  $D_{\Delta U_{\text{ш}}}$  — соответственно дисперсии погрешностей прямого и обратного БПФ, обусловленные квантованием весовых коэффициентов Фурье (ВКФ). В силу идентичности погрешностей квантования ВКФ при БПФ и ОБПФ, полагаем [3]:  $D_{\Delta U_{\text{ш}}} = D_{\Delta f}/N = D_{\text{ш}}$ . Рассматривая  $D_{\text{ш}}$  и  $D_{\Delta c}$  как выборочные значения дискретных стационарных случайных процессов, характеризующих шум квантования коэффициентов ТФ и ВКФ, из выражения (1) имеем

$$D \{ \Delta y(mT) \} = D_{\Delta c} \sum_{k=0}^{N-1} f^2(kT) + D_{\text{ш}} \left[ N \sum_{l=0}^{N-1} c^2(lT) + 1 \right]. \quad (2)$$

Поскольку при синтезе ТФ обычно используются нормированные частотные характеристики [3]:  $|H(n\Omega)| < 1$ , учитывая равенство

Парсеваля, сумму  $\sum_{l=0}^{L-1} |l(lT)|^2$  в равенстве (2) можно рассматривать как  $Q$  — относительную полосу пропускания ТФ, приведенную к частоте дискретизации  $f_d = 1/T$ . Аналогично сумму  $\sum_{k=0}^{N-1} |f(kT)|^2$  в этом же выражении можно рассматривать как  $E_c$  — приведенную энергию обрабатываемого процесса. Учитывая эти обозначения в (2), получаем

$$D \{ \Delta y(mT) \} = D_{\Delta c} E_c + D_{\text{ш}} [NQ + 1]. \quad (3)$$

По формуле (3) оценим  $\hat{D}_{\text{ТФ}}$  — динамический диапазон ТФ в виде отношения сигнал/шум по выходу фильтра

$$\hat{D}_{\text{ТФ}} = 10 \lg \left[ \frac{D \{ y(mT) \}}{D \{ \Delta y(mT) \}} \right] = \frac{E_m}{D_{\Delta c} E_c + D_{\text{ш}} (NQ + 1)}, \quad (4)$$

где  $E_m$  — максимальная энергия сигнала в полосе частот ТФ. При заданном значении  $\hat{D}_{\text{ТФ}}$  (4) можно использовать в качестве критерия для безызыточного выбора разрядности  $c(lT)$  и ВКФ  $W^{nk}$  для БПФ. В качестве иллюстрации оценим  $\hat{D}_{\text{ТФ}}$  для двух граничных классов обрабатываемых процессов — узкополосных, например:  $f_1(k) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{N} nk\right)$ , где  $A_0 = 1$ , и широкополосных, например:  $f_2(k) = U_{\text{ш}}(k)$ . Полагая закон распределения погрешностей квантования равномерным, для  $D_{\Delta c}$  имеем [3]:  $D_{\Delta c} = 2^{-2bc}/12$ , где  $bc$  — разрядность

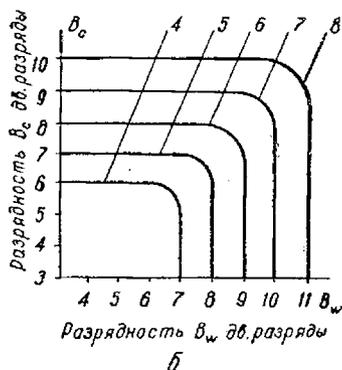
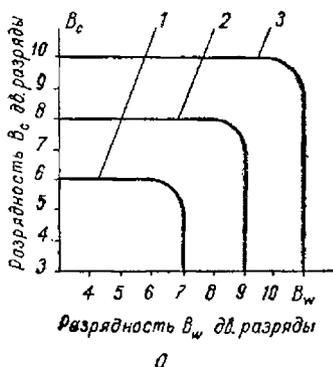
в представлении  $c(IT)$ . Согласно работам [1, 2], для  $D_{ш}$  имеем:  $D_{ш} = 2^{-2bw} \gamma \cdot Q / 12p$ , где  $\gamma = \log_r N$  — число итераций БПФ;  $r$  — основание факторизации;  $bw$  — разрядность в представлении  $W^{pk}$ ;  $p = 2$  для широкополосных и  $p = 4$  для узкополосных процессов [2]. Учитывая эти оценки в равенстве (4) и определяя  $E_M$  аналогично (3), получаем широкополосные процессы

$$\hat{D}_{ТФ_1} \geq 10 \lg \left[ \frac{2}{3 \cdot 2^{-2bc}} + \frac{2}{3 \cdot 2^{-2bw} \gamma \cdot Q} \right], \quad (5)$$

узкополосные процессы

$$\hat{D}_{ТФ_2} \geq 10 \lg \left[ \frac{12}{2^{-2bc}} + \frac{24}{2^{-2bw} Q \gamma} \right]. \quad (6)$$

Результаты расчетов (5) и (6) для  $N=1024$ ,  $\gamma=10$ ,  $r=2$  и  $Q=0,5$  (ТФ нижних частот) при различных комбинациях  $bc$  и  $bw$



Теоретические зависимости величины динамического диапазона цифрового трансверсального фильтра, реализуемого по БПФ, от разрядности в представлении констант для случаев обработки (а) широкополосных и (б) узкополосных процессов:

1 — 50 дБ; 2 — 60 дБ; 3 — 70 дБ; 4 — 35 дБ; 5 — 40 дБ; 6 — 47 дБ; 7 — 53 дБ; 8 — 60 дБ

приведены на рисунке и отражают линии равных значений  $\hat{D}_{ТФ}$ . Как следует, например, из рисунка (б), при заданных  $\hat{D}_{ТФ} \geq 60$  дБ и обработке в ТФ узкополосных процессов коэффициенты  $c(IT)$  достаточно представлять  $bc=8$  двоичными разрядами при  $b_w=5$  двоичных или  $bc=5$  и  $b_w=9$  двоичных разрядов. Очевидно, при заданном  $\hat{D}_{ТФ}=60$  дБ и  $bc \geq 8$  двоичных разрядов представление  $bc > 5$  двоичных разрядов избыточно.

1. Галаган В. Г., Шубс Ю. В. Об одном методе оценки аппаратурных погрешностей алгоритма БПФ, обусловленных квантованием гармонических коэффициентов. — Автометрия, 1979, № 2, с. 31—33. 2. Галаган В. Г., Шубс Ю. В. Исследование эффектов квантования гармонических коэффициентов в процессорах БПФ. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1979, № 7, с. 17—21. 3. Оп-

пенгейм А., Вайнштейн К. Влияние конечной длины регистра при цифровой фильтрации и быстром преобразовании Фурье.— ТИИЭР, 1972, т. 60, с. 28—36.

4. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М., Мир, 1978. 647 с.

5. Шубс Ю. В. К оценке погрешностей дискретно-аналоговых трансверсальных фильтров.— Изв. вузов СССР. Приборостроение, 1978, № 7, с. 8—12.

6. Glisson T. The digital computation discrete and Electroacoustics, 1970, vol. AU — 18, N 5., p. 11.

Поступила в редколлегию 24.06.81