

### СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА НА МЕТАЛЛИЧЕСКОМ КЛИНЕ

Рассмотрим влияние металлического идеально проводящего клина на спектр собственных колебаний диэлектрического шара.

На рисунке изображен диэлектрический шар радиуса  $r_0$ , относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_1$ , расположенный на идеально проводящем клине, поверхность которого в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  описывается уравнением  $\varphi = \pm \varphi_0$ . Потенциальную функцию такой структуры во внутренней ( $\epsilon = \epsilon_1$ ) и внешней ( $\epsilon = \epsilon_0$ ) областях запишем в виде

$$u_i(r, \theta, \varphi) = a_i r \begin{bmatrix} j_{\eta+n}(k_1 r) \\ h_{\eta+n}^{(2)}(k_0 r) \end{bmatrix} P_{\eta+n}^{-\eta}(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \sin \eta \varphi \\ \cos \eta \varphi \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где  $j_\nu(x) = \sqrt{\pi/2x} y_{\nu+1/2}(x)$ ,  $h_\nu^{(2)}(x) = \sqrt{\pi/2x} H_{\nu+1/2}^{(2)}(x)$  — сферические функции Бесселя и Ханкеля [1].

Выбор функций Лежандра  $P_{\eta+n}^{-\eta}(x)$  удовлетворяет условию однозначности решения на острие клина для любых целых положительных значений индексов  $n$  при  $\theta = 0, \pi$

$$P_{\eta+n}^{-\eta}(\cos \theta) = \frac{n!}{(2\eta+1)(2\eta+2)\dots(2\eta+n)} c_n^{\eta+1/2}(\cos \theta) P_\eta^{-\eta}(\cos \theta);$$

$$P_\eta^{-\eta}(\cos \theta) = 2^{-\eta} \Gamma(\eta+1) (\sin \theta)^\eta.$$

Здесь  $c_n^{\eta+1/2}(x)$  — многочлен Гегенбауэра [1, 3].

Требование обращения в нуль касательных составляющих электрического поля на поверхности клина определяет зависимость параметра  $\eta$  от угла раскрытия  $\pm \varphi_0$ :

для магнитных колебаний  $H_{nsl}^{(\pm)}$

$$\eta^+ = \pi/\varphi_0 s; \quad \eta^- = \pi/\varphi_0 (s+1/2); \quad (2)$$

для электрических колебаний  $E_{nsl}^{(\pm)}$

$$\eta^+ = \pi/\varphi_0 (s+1/2); \quad \eta^- = (\pi/\varphi_0) s, \quad (3)$$

где  $s = 0, 1, 2, \dots$

Условие на ребре [6] приводит к требованию  $\eta > 0$ .

Четные магнитные (электрические) виды колебаний  $H_{nsl}^{(+)} (E_{nsl}^{(+)})$  характеризуются четным распределением  $r, \theta$  компонент магнитного (электрического) поля относительно плоскости симметрии  $\varphi = 0$ . Нечетные колебания  $H_{nsl}^{(-)} (E_{nsl}^{(-)})$  — нечетным распределением тех же компонент поля. Четность поля относительно другой плоскости симметрии  $\theta = \pi/2$  определяется четностью многочленов Гегенбауэра [3]

$$c_n^{\eta+1/2}(\cos[\pi - \theta]) = (-1)^n c_n^{\eta+1/2}(\cos \theta).$$

Сшивая касательные компоненты поля на поверхности диэлектрического шара  $r = r_0$ , найдем характеристические уравнения, связывающие между собой параметры структуры:

для магнитных колебаний  $H_{nsl}^{(\pm)}$

$$p j_{\eta+n-1}(p) h_{\eta+n}^{(2)}(q) = q j_{\eta+n}(p) h_{\eta+n-1}^{(2)}(q); \quad (4)$$

для электрических колебаний  $E_{nsl}^{(\pm)}$

$$p^2 j_{\eta+n}(p) \frac{d}{dq} [q h_{\eta+n}^{(2)}(q)] = q^2 h_{\eta+n}^{(2)}(q) \frac{d}{dp} [p j_{\eta+n}(p)], \quad (5)$$

где  $p = k_1 r_0$ ;  $q = k_0 r_0$ ;  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ ;  $k_1 = \sqrt{\epsilon_{1r}} k_0$ .

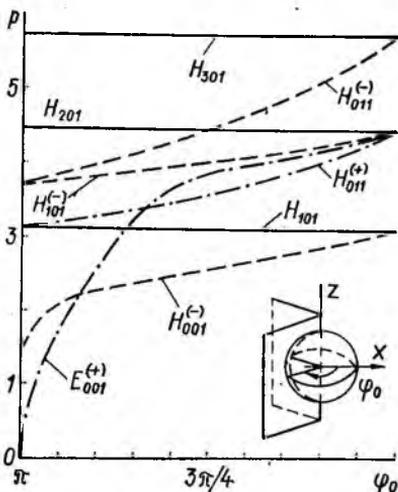
Если относительная диэлектрическая проницаемость материала шара  $\epsilon_{1r} \gg 1$ , то при возбуждении в резонаторе основных видов колебаний параметр  $q$  мал и можно положить  $h_{\nu}^{(2)}(q) \approx j_{-(\nu+1)}(q)$ . В этом случае уравнения (4), (5) переписываются в виде:

для магнитных колебаний  $H_{nsl}^{(\pm)}$

$$p j_{\eta+n-1}(p) j_{-(\eta+n+1)}(q) = -j_{\eta+n}(p) q j_{-(\eta+n)}(q); \quad (6)$$

для электрических колебаний  $E_{nsl}^{(\pm)}$

$$p^2 j_{\eta+n}(p) \frac{d}{dq} [q j_{-(\eta+n+1)}(q)] = q^2 j_{-(\eta+n+1)}(q) \frac{d}{dp} [p j_{\eta+n}(p)]. \quad (7)$$



В отличие от выражений (4), (5) полученные уравнения имеют решения в действительной области, удобны для расчета резонансных частот, однако не учитывают излучения.

На рисунке приведены решения характеристических уравнений (6), (7) для диэлектрического шара, изготовленного из материала проницаемости  $\epsilon_{1r} = 81$ . Как видно, основные магнитные виды колебаний шара возмущаются металлическим клином различным образом. Так, частота основного колебания  $H_{001}^{(-)}$ , ориентированного перпендикулярно плоскости  $\varphi = 0$ , понижается при  $\varphi_0 \rightarrow \pi$ , а частота колебания, поляризованного в плоскости клина, повышается. Формирование

проводящей плоскости трансформирует этот тип колебаний в квадрупольный. Поле магнитных азимутально однородных видов колебаний шара  $H_{n0l}$  не возмущается (сплошные кривые). Действительно, граничные условия для этих видов колебаний диэлектрического шара на поверхности клина выполняются автоматически при любых значениях углов  $\varphi_0$ . Уменьшение «толщины» проводящей полуплоскости  $\varphi_0 \rightarrow \pi$  при возбуждении основного электрического колебания при-

водит к гыталкиванию поля из объема резонатора. Также, как и в случае формирования в объеме диэлектрического шара металлического конуса [5], условие обращения в нуль нормальной составляющей электрического поля на поверхности раздела сред диэлектрик — воздух выполняется даже при  $\epsilon_{1r} \rightarrow \infty$ . Это обстоятельство ограничивает возможность применения известных асимптотических граничных условий, полученных в работе [7].

Тип колебаний	$E_{001}^{(+)}$	$H_{001}^{(-)}$	$H_{101}$	$H_{011}^{(+)}$	$H_{101}^{(-)}$	$H_{201}$
$f_0$ , ГГц	3,15	3,22	4,25	4,82	5,37	6,13
$f$ , ГГц	2,95	3,25	4,39	4,75	5,24	6,39
$\delta$ , %	6,2	1,0	3,1	1,6	2,3	3,6

Примечание: расчетное значение частоты  $f_0$  рассчитывалось из уравнений (6), (7);  $f$  — измеренное значение резонансной частоты шара;  $\delta$  — относительная погрешность расчета частоты, %.

Результаты расчета и измерения частот собственных колебаний диэлектрического шара диаметром  $2r_0 = 15,25$  мм, относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{1r} = 20$ , расположенного на металлическом клине с углом раскрыва  $\varphi_0 = 0,8\pi$ , приведены в таблице.

Как видно, результаты расчетов по формулам (6), (7) хорошо согласуются с данными эксперимента.

Рассмотренная структура может быть использована в качестве резонансного корректора в изломе волновода

1. *Абрамовиц М., Стиган И.* Специальные функции. М.: Наука, 1979. 830 с.
2. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1965. Т. 1. 294 с.
3. *Виленкин Н. Я.* Специальные функции и теория представлений групп. М.: Наука, 1965. 588 с.
4. *Нефедов Е. И.* Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. М.: Наука, 1979. 270 с.
5. *Трубин А. А.* Резонансные колебания диэлектрического шара на металлическом конусе // Вестн. Киев. политехн. ин-та. Радиотехника. 1985. Вып. 22. С. 29—33.
6. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978. Т. 1. 547 с.
7. *Van Blader J.* On the Resonances of Dielectric Resonator of Very High Permittivity // IEEE Trans. 1975. MTT = 23, N 2. P. 199—208.

Поступила в редколлегию 13.09.84

УДК 621.396.677

В. Е. БОЧАРОВ, асл.

### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ НАЛОЖЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ В АДАПТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ФИЛЬТРЕ

Как известно, для подавления широкополосных пространственных помех применяется обработка сигналов, принятых антенной решеткой (АР), адаптивным пространственным фильтром (АДФ), который реализует адаптивный алгоритм пространственной фильтрации по