УДК 621.317.757

И. В. ЛАТЕНКО, канд. техн. наук

РАСЧЕТ РАЗРЯДНОСТИ ОПЕРАНДОВ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА

Аппаратная сложность и быстродействие цифрового фильтра (ЦФ) существенно зависят от разрядности его операндов. Известны два способа расчета разрядности операндов цифрового фильтра, основанные на вероятностной и детерминированной оценке погрешностей усечения (округления) операндов [1]. Детерминированная оценка приводит к результатам, которые хорошо согласуются с экспериментом. Однако при выполнении расчетов, основанных на детерминированной оценке, приходится затрачивать много машинного времени на вычисление суммы абсолютных значений отсчетов импульсной характеристики трактов схемы ЦФ

$$H = \sum_{n=0}^{\infty} |h[n]|. \qquad (1)$$

Основной целью статьи является вывод таких формул для расчета (1), в которых исключена процедура бесконечного суммирования и которые пригодны для возможно большего числа вариантов проектируемых ЦФ. Ограничимся случаем, когда проектируемый ЦФ может быть выполнен различными способами соединения N звеньев второго порядка (одно звено может быть первого порядка). При этом охватываются практически все возможные варианты фильтров [2].

В соответствии с работой [2] зададим передаточные функции рекурсивного ($q^*(z)$) и сквозного ($h^*(z)$) трактов звена второго порядка (2) и звена первого порядка (3)

$$q_i^*(z) = \frac{z^2}{z^2 - 2\sigma_{pi} - \rho_{pi}^2} = \frac{z^2}{(z - p_i)(z - p_{\bar{i}})}; \qquad (2)$$

$$h_i^*(z) = k_i \frac{z^2 - 2\sigma_{0i} z + 1}{z^2 - 2\sigma_{pi} z + \rho_{pi}^2}; \qquad p_{i,\bar{i}} = \sigma_{pi} \pm j\omega_{pi} = \rho_{pi} e^{\pm j\varphi_{pi}};$$

$$q_1^*(z) = \frac{z}{z - \sigma_1}; \qquad h_1^*(z) = \frac{z+1}{z - \sigma_1}. \qquad (3)$$

Вычислим импульсные характеристики рекурсивного ($q^*(z)$) и сквозного ($h^*(z)$) трактов, определив обратное дискретное преобразование Лапласа передаточных функций (2) и (3)

$$q_i[n] = \frac{p_i^{n+1} + p_{\bar{i}}^{n+1}}{p_i - p_{\bar{i}}} = \frac{\rho_{pi}^n}{\omega_{pi}} (\sigma_{pi} \sin n\varphi_{pi} + \omega_{pi} \cos n\varphi_{pi}); \qquad (4)$$

$$h_i[n] = \frac{k_i \rho_{pi}^n}{\omega_{pi}} \{[\sigma_{pi}(1 + 1/\rho_{pi}^2) - 2\sigma_{0i}] \sin n\varphi_{pi} + \omega_{pi}(1 - 1/\rho_{pi}^2) \cos n\varphi_{pi}\};$$

$$q_1[n] = \sigma_1^n; \qquad h_1[n] = k_1(\sigma_1^n + \sigma_1^{n+1}). \qquad (5)$$

Найдем теперь абсолютные значения отсчетов импульсных характеристик (4) и (5) и их суммы вида (1). При этом воспользуемся тем, что в устойчивых звеньях $\rho_{pi} < 1$, что позволяет найти сумму геометрической прогрессии

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho_{pi}^{n} = \frac{1}{1-\rho_{pi}} . \tag{6}$$

Учтем также, что при $n \to \infty$ значения $n\varphi_{pi} \bmod 2\pi$ случайны и равномерно распределены на интервале $(0 \ldots 2\pi)$. Тогда оценка значений функций $|\sin n\varphi_{pi}|$ и $|\cos n\varphi_{pi}|$ близка к математическому ожиданию, равному $2/\pi$. С учетом сказанного получаем

$$Q_i = \sum_{n=0}^{\infty} |q_i[n]| \leqslant \sum_{n=0}^{\infty} (\sigma_{pi} |\sin n\varphi_{pi}| + \omega_{pi} |\cos n\varphi_{pi}|) \cdot \frac{\rho_{pi}^{n}}{\omega_{pi}} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_{pi} + \omega_{pi}}{\omega_{pi}(1-\rho_{pi})} ;$$

$$H_i = \sum_{n=0}^{\infty} |h_i[n]| \leqslant \frac{2k_i}{\pi\omega_{pi}} \cdot \frac{\sigma_{pi}(1 + 1/\rho_{pi}^2) - 2\sigma_{0i} + \omega_{pi}(1 - 1/\rho_{pi}^2)}{1-\rho_{pi}} ;$$

$$Q_1 = \sum_{n=0}^{\infty} |q_1[n]| = \frac{1}{1-\sigma_1}; \qquad H_1 = \sum_{n=0}^{\infty} |h_1[n]| = \frac{k_1}{\sigma_1} \cdot \frac{1+\sigma_1}{1-\sigma_1} . \tag{7}$$

Обозначим для краткости r_i— коэффициент, зависящий от расстояния между нулями и полюсами передаточной функции сквозного тракта

$$r_i = k_i \frac{\sigma_{pi}(1 + 1/\rho_{pi}^2) - 2\sigma_{0i} + \omega_{pi}(1 - 1/\rho_{pi}^2)}{\sigma_{pi} + \omega_{pi}} ;$$

$$r_1 = k_1 \frac{1+\sigma_1}{\sigma_1} . \tag{8}$$

Подставив равенство (8) в (7), получаем окончательные расчетные формулы

$$Q_i \leqslant \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_{pi} + \omega_{pi}}{\omega_{pi}(1-\rho_{pi})} ; \qquad H_i = r_i Q_i; \qquad Q_1 = \frac{1}{1-\sigma_1} ; \qquad H_1 = r_1 Q_1. \tag{9}$$

Для проверки формул (8) и (9) мы промоделировали на ЭВМ с ограниченной разрядностью операндов цифровой фильтр восьмого порядка. Разрядность операндов, полученная в этой модели, полностью совпала с результатами расчетов по методике [1] с использованием формул (1) или (8) и (9). Однако затраты машинного времени при использовании (8) и (9) оказались на несколько порядков меньшими, чем при использовании (1).

В заключение применим полученные результаты к расчету оценок сверху значений сумм (9) для каскадного и параллельного соединения N звеньев в схеме ЦФ. Импульсную характеристику тракта каскадного соединения N-звеньев вычислим как дискретную свертку импульсных характеристик отдельных звеньев

$$(H_{1,N})_k = \sum_{n=0}^{\infty} |(h_{1,N}[n]_k| = \sum_{n=0}^{\infty} \left| \sum_{m_1+m_2+\ldots+m_N=n} \left\{ \prod_{l=1}^{N} (h_l[m_l])_k \right\} \right| \leqslant$$

$$\leqslant \prod_{l=1}^{N} Q_l(r_l)_k. \tag{10}$$

Из выражения (10) следует справедливость рекомендаций [1, 2] объединения соседних нулей и полюсов при разбиении передаточной функции всего фильтра на передаточные функции отдельных звеньев, поскольку при этом обеспечивается минимальное значение коэффициентов (8) и сумм абсолютных значений отсчетов импульсных характеристик (9).

Подобный прием нельзя использовать в схеме с параллельным соединением звеньев, где импульсная характеристика сквозного тракта ЦФ равна сумме импульсных характеристик отдельных звеньев. Оценка значения (9) для тракта с параллельным соединением звеньев

$$(H_{1,N})_{\text{П}} = \sum_{n=0}^{\infty} \left| \sum_{l=1}^{N} (h_l[n])_{\text{П}} \right| \leqslant \sum_{l=1}^{N} Q_l(r_l)_{\text{П}}. \tag{11}$$

Поскольку рекурсивные части передаточных функций звеньев в схемах с каскадным и параллельным соединением звеньев одинаковы, то различия в значениях оценок (9) и в разрядности операндов в этих вариантах можно выявить путем сравнения значений (8) и учета (10) и (11). Однако выполнение этого сравнения выходит за рамки данной статьи.

1. *Брунченко А. В., Бутыльский Л. М., Гольденберг Л. М. и др.* Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике. М.: Радио и связь, 1982. 220 с. 2. *Зааль Р.* Справочник по расчету фильтров. М: Радио и связь, 1983. 752 с.

Поступила в редколлегию 25.09.84

УДК 621.372.061

В. К. ЛОВКИЙ, канд. техн. наук

АЛГОРИТМ МЕТОДА РАСКРЫТИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ БЕЗ ДУБЛИКАЦИЙ

Анализ радиоэлектронных схем в буквенном виде приводит к задаче раскрытия определителя и алгебраических дополнений матрицы схемы. Одним из наиболее распространенных методов, используемых при этом, является метод обобщенных чисел [1, 5].

Как показывает анализ алгоритмов раскрытия определителей, наибольших вычислительных затрат требует операция перебора всех