1. *Каширский И. С., Ловкий В. К., Трохименко Я. К.* Проектирование радиотехнических схем на инженерных ЭЦВМ. Киев: Техніка, 1976. 272 с. 2. *Ловкий В. К.* Анализ радиоэлектронных схем на инженерных ЭВМ: Автореф. ... канд. техн. наук. Киев. 1973. 20 с. 3. *Ловкий В. К.* К реализации метода обобщенных чисел на малых ЭВМ // Вестн. Киев. политехн. ин-та. Радиотехника и электроакустика. 1973. Вып. 10. С. 202—204. 4. *Ловкий В. К.* Использование массива топологии для нахождения путей и циклов графа // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. 1973. Т. XVI, № 6. С. 146—147. 5. *Трохименко Я. К.* Метод обобщенных чисел и анализ линейных цепей. М.: Сов. радио, 1972. 310 с.

Поступила в редколлегию 25.04.84

УДК 621.317.757

О. П. ЛЫСЕНКО, канд. техн. наук

ШУМЫ ОКРУГЛЕНИЯ ПРИ ЭКОНОМИЧНОМ ДВУМЕРНОМ БЫСТРОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФУРЬЕ

Экономичный алгоритм двумерного быстрого преобразования Фурье (БПФ-2) [1] позволяет уменьшить вдвое количество нетривиальных умножений по сравнению с последовательным (стандартным) преобразованием. По количеству алгебраических сложений оба алгоритма равноценны. Оценим шумы округления результатов при БПФ-2, пользуясь методом анализа шумов при представлении чисел с плавающей запятой, примененным в [2] для одномерного БПФ-1 .

Вначале оценим шумы округления для последовательного БПФ-2, суть которого состоит в последовательном выполнении БПФ-1 строк двумерного массива размерностью $N \times N$, а затем столбцов преобразованного массива. Дисперсия (σ^2_{E1}) шума, возникающего в результате первого преобразования (строк), определяется [2] как $\sigma^2_{E1} = 2\nu N\sigma^2_{c1}\sigma^2_{\varepsilon}$, $\sigma^2_{\varepsilon} = 2^{-2b}/3$. Здесь $\nu = \log_2 N$; b — количество двоичных разрядов, представляющих мантиссу; σ^2_{c1} — дисперсия входного сигнала. Второе преобразование (столбцов) обусловливает шум с дисперсией (σ^2_{E2}), равной $\sigma^2_{E2} = 2\nu N\sigma^2_{c2}\sigma^2_{\sigma}$, где σ^2_{c2} — дисперсия сигнала после первого преобразования. Поскольку $\sigma^2_{c2} = N\sigma^2_{c1}$, последнее выражение принимает вид $\sigma^2_{E2} = 2\nu N^2\sigma^2_{c1}\sigma^2_{\varepsilon}$. Помимо возникновения шума $E2$ второе преобразование обусловливает увеличение шума $E1$ в N раз, т. е. его выходная составляющая равна $\sigma^2_{E1}N$. Поскольку шумы округления аддитивны и некоррелированны, дисперсия полного выходного шума при последовательном БПФ-2 определится как $\sigma^2_E = \sigma^2_{E1}N + \sigma^2_{E2} = 4\nu N^2\sigma^2_{c1}\sigma^2_{\varepsilon}$. Отношение С/Ш на выходе с учетом, что дисперсия выходного сигнала $\sigma^2_c = N^2\sigma^2_{c1}$, равно

$$С/Ш = \sigma^2_c/\sigma^2_E = 3\cdot 2^{2b}/4\nu. \qquad (1)$$

Оценим шум округления для экономичного БПФ-2, который сводится к выполнению БПФ-1 одномерного массива размерностью N^2. При таком алгоритме для $\nu/2$ нетривиальных этапов элементарной операцией, обусловливающей шум округления, является комплексное взвешивание двух отсчетов и последующее их алгебраическое суммирование. Для остальных $3\nu/2$ этапов (тривиальных) шумы обусловливает лишь операция комплексного суммирования. Дисперсия σ_l^2 шума за счет комплексного взвешивания определяется [2] как

$$\sigma_e^2 = 2\sigma_{ci}^2\sigma_\varepsilon^2, \tag{2}$$

где σ_{ci}^2 — дисперсия сигнала на i-м этапе. Поскольку дисперсия сигнала при суммировании удваивается, нетрудно показать, что дисперсия шума округления при этой операции также определяется (2), причем дисперсия одинакова как при суммировании взвешенных, так и не взвешенных отсчетов, поскольку модуль весового коэффициента равен единице. Таким образом, дисперсия шумов, порождаемых на каждом нетривиальном (σ_{e1}^2) и тривиальном (σ_{e2}^2) этапах равна

$$\sigma_{e1}^2 = 3\sigma_e^2 = 6\sigma_{ci}^2\sigma_\varepsilon^2; \quad \sigma_{e2}^2 = 2\sigma_{ci}^2\sigma_\varepsilon^2. \tag{3}$$

Поскольку коэффициент передачи шумов с любого этапа на выход одинаков и равен [2] $N^2/2$, то дисперсия выходного шума от каждого нетривиального (σ_{E1}^2) и тривиального (σ_{E2}^2) этапов из выражений (3) определится как $\sigma_{E1}^2 = 3N^2\sigma_{c1}^2\sigma_\varepsilon^2$; $\sigma_{E2}^2 = N^2\sigma_{c1}^2\sigma_\varepsilon^2$. Умножив последние выражения на количество нетривиальных ($\nu/2$) и тривиальных ($3\nu/2$) этапов соответственно и сложив их, получим дисперсию (σ_E^2) шума округления на выходе, порождаемого всеми этапами экономичного БПФ-2: $\sigma_E^2 = 3\nu N^2\sigma_{c1}^2\sigma_\varepsilon^2$. Отсюда определится отношение С/Ш на выходе для экономичного БПФ-2

$$\text{С/Ш} = \sigma_c^2/\sigma_E^2 = 2^{2b}/\nu. \tag{4}$$

Из сравнения выражений (1) и (4) видно, что отношение С/Ш для экономичного БПФ-2 приблизительно на 33 % больше, чем для последовательного.

Для проверки полученных результатов выполнено моделирование вычислений по алгоритмам последовательного и экономичного БПФ-2 с ограниченной разрядностью операндов в форме с плавающей запятой. С помощью генератора случайных чисел формировалась последовательность некоррелированных комплексных чисел с равномерным распределением. Эта последовательность преобразовывалась экономичным и последовательным БПФ-2 дважды — при стандартной разрядности операндов и при округленных до значительно меньшей длины слова ($b = 4 \div 8$). Для нахождения дисперсии шума на выходе результаты двух БПФ-2 (с округлением и без) вычитались, квадрировались и усреднялись по выходному массиву. Преобразованию подвергалось 10 последовательностей, а результат осреднялся. Мощность выходного сигнала вычислялась как средний квадрат выходного массива при отсутствии округления.

Результаты моделирования показали преимущество экономичного БПФ-2 по С/Ш на 35 ÷ 45 % (для различных b) по сравнению с последовательным БПФ-2, что достаточно хорошо согласуется с теоретическими результатами.

1. *Васюк Г. И., Круковский-Синевич К. Б., Лысенко О. П.* Оптимизация алгоритмов многомерного быстрого преобразования Фурье по количеству арифметических операций // Тр. Всесоюз. симпозиума «Статистические измерения и применение микромашинных средств в измерениях». 1982. Т. 4. С. 48—51. 2. *Oppenheim A. V., Weinstein C. W.* Effects of Finite Register Length in Digital Filters and the Fast Fourier Transform// Proc. IEEE. 1972. Vol. 60, N 8. P. 957—976.

Поступила в редколлегию 20.09.84

УДК 621.396.669

Ю. Л. МАЗОР, канд. техн. наук, В. М. ПЕТРЕНКО, инж.

СТАБИЛИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫХОДНОГО ПРОДУКТА В АДАПТИВНЫХ ПРИЕМНИКАХ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ

При приеме аддитивной смеси шумового сигнала и шумовой помехи, спектры которых априорно неизвестны, но обладают определенной гладкостью, применяют квазиоптимальный адаптивный приемник [3, 4] с выходным продуктом

$$Z = \sum_{i=1}^{N} W_i^a p_{xi}, \qquad (1)$$

где p_{xi} — мощность процесса на выходе i-го узкополосного парциального канала обработки фильтр — детектор — фильтр; W_i^a — адаптивно установленный вес этого канала; N — количество каналов. При некоторых способах адаптации возникает сложное распределение (1), которое приводит к такому разбросу выходного продукта, который делает невозможной обработку с фиксированным порогом. Для стабилизации распределения Z на основании метода максимального правдоподобия [1] после ряда упрощений может быть предложен обнаружитель с центрированным и нормированным выходным продуктом

$$Z_{\text{ст}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} W_i^a p_{xi} - \sum_{i=1}^{N} W_i^a p_{\text{п}i}}{\sqrt{\sum_{i+1}^{N} (W_i^b p_{\text{п}i})^2}}, \qquad (2)$$

где $p_{\text{п}i}$ — мощность процесса на выходе i-го узкополосного парциального канала опорного (помехового) тракта. Структурная схема такого обнаружителя приведена на рисунке.

При выводе (2) априорно принималось, что рабочая выборка входного процесса X по гипотезе H1 представляет сумму сигнала и помехи, а по гипотезе H0 только помеху; опорная выборка П по обеим