Достаточным условием сходимости в среднем алгоритмов [1, 3] является условие

$$\mu \leqslant (trR)^{-1}, \tag{4}$$

легко реализуемое в динамическом режима [2]. Отметим, что в алгоритме с ЛО согласно (3) необходимым и достаточным условием сходимости является $\mu \leqslant (tr\ PRP)^{-1}$, где $tr\ R$, $tr\ PRP$ — след матриц P и PRP соответственно.

Вместе с тем можно показать, и это подтверждается моделированием на ЭВМ различных помеховых ситуаций, что для любых реальных входных процессов для фиксированной структуры трансверсального фильтра $trR > tr\ PRP$ и, следовательно, при реализации процедуры (4) для определения параметра сходимости в алгоритме с ЛО всегда значения этого параметра будут меньше предельно допустимых и, соответственно, в сравнении с алгоритмом Гриффитса [1] замедлен процесс его обучения.

1. *Гриффитс Л.* Простой адаптивный алгоритм для обработки сигналов антенных решеток в реальном времени.—ТИИЭР, 1969, т. 57, с. 6—15. 2. *Константиновский А. Г., Белинский В. Т., Кудинов А.* Динамическое управление сходимостью адаптивного фильтра, минимизирующего среднеквадратичную ошибку.— Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1980, № 4, с. 101—103. 3. *Фрост III.* Алгоритм линейно ограниченной обработки сигналов в адаптивной решетке.— ТИИЭР, 1972, № 8, с. 5—16.

Поступила в редколлегию 27.09.82

УДК 621.372.542

Г. И. ВАСЮК, канд. техн. наук

О ДИСКРЕТНОМ ДВУМЕРНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ФУРЬЕ СО СМЕШАННЫМ ОСНОВАНИЕМ 2 И 3

При выполнении дискретного преобразования Фурье со смешанным основанием 2 и 3 в некоторых случаях получается существенная экономия арифметических операций, в первую очередь умножений, по сравнению с классическим БПФ с основанием 2 [1]. В еще большей мере это имеет место при многомерном ДПФ. Рассмотрим наиболее экономные варианты алгоритмов этапа преобразования с основанием 3 квадратных массивов размером N, где $N = 3\cdot 2^r$; r — целое число.

Как показано в работе [2], этот этап представляет собой 2^r аналогичных ДПФ массивов размером 3×3. Аналитически это преобразование можно выразить следующим образом:

$$A[i + pN/3,\ k + qN/3] = \sum_{m=0}^{2}\sum_{n=0}^{2} A_{mn}(i, k)\exp\{-2\pi j[m\times$$
$$\times (i + pN/3) + n(k + qN/3)]/3\}, \tag{1}$$

где $m,\ n = 0,\ 1,\ 2$ — координаты сдвига соответствующего подмассива относительно начала координат $p,\ q = 0,\ 1,\ 2$; $A_{mn}(i,\ n)$ — двумерный коэффициент Фурье подмассива с координатами $m,\ n$, а i и k — номера гармоник по строкам и столбцам.

Развернув выражение (1) в систему уравнений, получаем

$$
\left\| \begin{matrix} A(i,k) \\ A(i,k+N/3) \\ A(i,k+2N/3) \\ A(i+N/3,k) \\ A(i+N/3,k+N/3) \\ A(i+N/3,\ k+2N/3) \\ A(i+2N/3,k) \\ A(i+2N/3,\ k+N/3) \\ A(i+2N/3,k+2N/3) \end{matrix} \right\| =
$$

$$
= \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^* & 1 & \alpha & \alpha^* & 1 & \alpha & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & \alpha & 1 & \alpha^* & \alpha & 1 & \alpha^* & \alpha \\ 1 & 1 & 1 & \alpha & \alpha & \alpha & \alpha^* & \alpha^* & \alpha^* \\ 1 & \alpha & \alpha^* & \alpha & \alpha^* & 1 & \alpha^* & 1 & \alpha \\ 1 & \alpha^* & \alpha & \alpha & 1 & \alpha^* & \alpha^* & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \alpha^* & \alpha^* & \alpha^* & \alpha & \alpha & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^* & \alpha^* & 1 & \alpha & \alpha & \alpha^* & 1 \\ 1 & \alpha^* & \alpha & \alpha^* & \alpha & 1 & \alpha & 1 & \alpha^* \end{matrix} \right\| \times \left\| \begin{matrix} A_{00}(i,k) \\ A_{01}(i,k) \\ A_{02}(i,k) \\ A_{10}(i,k) \\ A_{11}(i,k) \\ A_{12}(i,k) \\ A_{20}(i,k) \\ A_{21}(i,k) \\ A_{22}(i,k) \end{matrix} \right\| \qquad (2)
$$

где $\alpha = -1/2 - j\sqrt{3/2}$, $\alpha^* = 1/2 + j\sqrt{3/2}$.

Нетрудно показать, что матрица преобразования (2) может быть представлена в виде

$$
M = \left| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & \alpha \end{matrix} \right| \otimes \left| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & \alpha \end{matrix} \right|,
$$

где $\otimes$ — знак кронекеровского умножения матриц.

Алгоритм ДПФ, составленный в соответствии с выражением (3), представляет собой последовательное преобразование, т. е. преобразование отдельно по строкам и столбцам. Как показано в работе [2], при этом для вычисления каждых девяти двумерных коэффициентов Фурье (ДКФ) требуется 12 перемножений действительных чисел, 96 суммирований действительных чисел, 12 умножений на тривиальный множитель 1/2. Достоинством этого варианта является его цикличность, т. е. наличие базовой повторяющейся операции вычисления трех одномерных коэффициентов Фурье.

Покажем, что непосредственное вычисление ДКФ дает возможность дополнительной экономии количества нетривиальных умножений

Операцию определения ДКФ разобьем на два этапа. На первом этапе вычисляются пары двучленов

$$\alpha A_{01}+\alpha^* A_{02} \text{ и } \alpha^* A_{01}+\alpha A_{02}; \qquad \alpha A_{10}+\alpha^* A_{20} \text{ и } \alpha^* A_{10}+\alpha A_{20};$$

$$\alpha A_{11}+\alpha^* A_{22} \text{ и } \alpha^* A_{11}+\alpha A_{22}; \qquad \alpha A_{12}+\alpha^* A_{21} \text{ и } \alpha^* A_{12}+\alpha A_{21};$$

а также двучлены $A_{01}+A_{02}$, $A_{10}+A_{20}$, $A_{11}+A_{22}$ и $A_{12}+A_{21}$.

Для вычисления каждой пары требуется два умножения действительных чисел на $\sqrt{3/2}$, два умножения на тривиальный множитель 1/2 и 4 суммирования действительных чисел. Для вычисления всех двучленов требуется восемь умножений на $\sqrt{3/2}$, восемь умножений на 1/2 и 32 суммирования действительных чисел.

Второй этап сводится к суммированию полученных двучленов, для чего требуется 70 суммирований действительных чисел.

Сравнение с предыдущим вариантом алгоритма показывает, что последний по количеству суммирований практически не отличается от варианта последовательного преобразования, но требует для вычисления каждых девяти ДКФ двух перемножений комплексных чисел вместо трех. Недостатком же варианта одновременного вычисления ДКФ является отсутствие цикличности (базисного преобразования) внутри каждого девятиточечного двумерного ДПФ. Поэтому вопрос о выборе этого или иного варианта алгоритма должен решаться при разработке схемы процессора БПФ, исходя из конкретных требований к разрабатываемому преобразователю.

1. *Васюк Г. И.* Алгоритм двумерного преобразования Фурье со смешанным основанием. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1983, № 12, с. 80—81. 2. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.

Поступила в редколлегию 30.08.82

УДК 621.327.757

Г. И. ВАСЮК, канд. техн. наук, К. Б. КРУКОВСКИЙ-СИНЕВИЧ, д-р техн. наук, И. В. ЛАТЕНКО, канд. техн. наук

ЭКОНОМНЫЙ АЛГОРИТМ МНОГОМЕРНОГО БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ С ОСНОВАНИЕМ 8

Экономные алгоритмы многомерного быстрого преобразования Фурье с основаниями 2 и 4 описаны в работе [1]. Целью нашей статьи является рассмотрение экономии количества умножений на нетривиальные множители (отличающиеся от ± 1 и $\pm j$) при использовании основания 8.

Будем исходить из аналитического представления двумерного дискретного преобразования Фурье числового массива из 64 элементов $a\,(m.n)$, размещенных в восьми строках и восьми столбцах,

$$A\,(i.k)=\sum_{m=0}^{7}\sum_{n=0}^{7} a\,(m.n) \exp\left[-\frac{j\pi}{4}(mi+nk)\right]. \tag{1}$$