УДК 621.396

Л. Л. Барвинский, М. Т. Корнийчук, кандидаты техн. наук

МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ МЕЖДУ ОТДЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ СИСТЕМЫ ПО СТОИМОСТИ

Рассмотрим сложную систему, состоящую из N последовательно соединенных элементов. Для элемента этой системы зависимость стоимости от характеристик надежности может быть записана в виде выпуклой функции

$$C_i = A_i p_i \exp\left(\frac{B_i}{1 - p_i}\right), \tag{1}$$

где A_i, B_i — коэффициенты; p_i — вероятности безотказной работы элементов. Стоимость всей системы как функция надежности элементов запишется в виде

$$C = \sum_{i=1}^{N} A_i p_i \exp\left(\frac{B_i}{1 - p_i}\right). \tag{2}$$

Система должна иметь вероятность безотказной работы, равную P. Поскольку соединение элементов в системе последовательное, то $P = \prod_{i=1}^{N} p_i$. Требуется найти минимум функции (2) с учетом последнего соотношения. Это эквивалентно нахождению условного экстремума функции. Воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. Строим функцию Лагранжа

$$f(p_1, p_2, \ldots, p_N, \lambda) = \sum_{i=1}^{N} A_i p_i \exp \frac{B_i}{1-p_i} + \lambda \left(\prod_{i=1}^{N} p_i - P \right). \quad (3)$$

Находим частные производные и приравниваем нулю. Получим систему N уравнений

$$\frac{\partial f}{\partial p_i} = A_i \left[1 + \frac{B_i p_i}{(1-p_i)^2} \right] \exp \frac{B_i}{1-p_i} + \frac{\lambda}{p_i} \prod_{j=1}^{N} p_j = 0. \quad (4)$$

Эти уравнения содержат $N+1$ неизвестных (N величин p_i и λ). Система (4) в совокупности с (3) обеспечивает необходимое количество уравнений для единственного решения. Решать систему можно на электронных вычислительных машинах, пользуясь численными методами.

Для отыскания оптимального решения этой системы находим приближенное значение p_1. Первое приближение можно вычислить по формуле $p_1' = \sqrt[N]{P}$. Остальные p_i определяем из уравнений (4) следующим образом. Сначала i-е уравнение приравнивается первому, после этого левую и правую части i-го уравнения можно рассматривать как функции одной переменной. Тогда нахождение p_i сводится к нахождению точки пересечения кривых правой и левой функций i-го уравнения.

По первому приближению p_1' вычисляются первые приближения для всех p_i. После нахождения p_i' подставляем их значения в уравнение (3). Вычисляем первое приближение для характеристики надежности системы $p' = \prod_{i=1}^{N} p_i'$.

Если p' отличается от заданной величины P больше, чем это допускается необходимой степенью точности, то необходимо определить второе приближение p_i''. Для этого сначала вычисляем второе приближение p_1'', пользуясь правилом: если $P > P'$, то берем $p_1'' > p_1'$ и наоборот. Если после k-го шага окажется, что P лежит между $(k-1)$-м и k-м приближением, то следующее $(k+1)$-е приближение находится путем линейной интерполяции. Такую вычислительную процедуру следует продолжать до тех пор, пока P и P^k не будут совпадать с нужной степенью точности. Этот вычислительный процесс сходится достаточно быстро.

Для случая, когда элементы между собой соединены последовательно и каждый из них зарезервирован $(s_i - 1)$ идентичными элементами, уравнение надежности будет иметь вид: $P = \prod_{i=1}^{N} [1 - (1 - p_i)^{s_i}]$.

Стоимость системы с резервированием

$$C = \sum_{i=1}^{N} A_i s_i p_i \exp \frac{B_i}{1-p_i}\,. \tag{5}$$

Определение оптимального набора p_i при минимальной стоимости системы сводится к нахождению экстремума функции (5). Функция Лагранжа для этого случая

$$l = \sum_{i=1}^{N} A_i s_i p_i \exp \frac{B_i}{1-p_i} + \lambda \left\{ \prod_{i=1}^{N} [1\,(1-p_i)^{s_i}] - P \right\}.$$

Дифференцируя, находя частные производные и приравнивая их нулю, получаем систему уравнений

$$-\lambda \prod_{j=1}^{N} [1-(1-p_j)^{s_j}] = \frac{A_i\,[1-(1-p_i)^{s_i}]}{(1-p_i)^{s_i}-1} \times$$
$$\times \left[1 + \frac{B_i p_i}{(1-p_i)^2}\right] \exp \frac{B_i}{1-p_i}\,. \tag{6}$$

Поскольку левая часть всех уравнений системы (6) одинакова, то, приравнивая первое уравнение i-му, получим систему $N - 1$ уравнений с N неизвестными. Дополняя полученную систему уравнением надежности, получим полную систему уравнений с N неизвестными. Решать эту систему можно численными методами с помощью ЭВМ аналогично предыдущему случаю. Аналогично могут быть рассмотрены случаи смешанного соединения элементов, а также случаи распределения стоимости между основной аппаратурой и вспомогательными устройствами и другие.

Поступила в редколлегию 27.09.79

L. L. Barvinskij, M. T. Kornijchuk

THE OPTIMAL RELIABILITY-COST DISTRIBUTION METHOD FOR SYSTEM

The method for reliability-cost distribution in large systems is discussed. Basic considerations for algorythm design are presented.