

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА

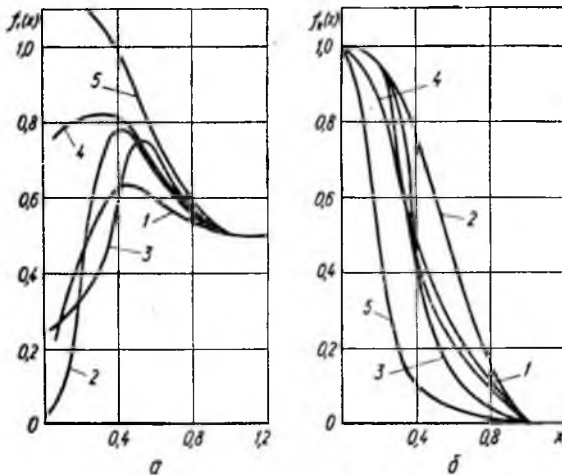
Петля гистерезиса, т. е. неоднозначность реакции при заданном воздействии, наблюдается у сегнетоэлектриков  $D(E)$ , ферромагнетиков  $B(H)$ , в различных задачах теории машин и механизмов. Математическое описание гистерезисной характеристики — задача достаточно сложная [1] и плохо решается даже с применением ЭВМ.

Предположим, что для наиболее интересного случая — гармонического воздействия — уравнение гистерезисной кривой можно задать в параметрической форме, описывая связь между откликом  $y$  и воздействием  $x$  через параметр  $t$  (время),

$$x = X_m \cos \omega t; \quad y = f_1(x, X_m) \cos \omega t + f_2(x, X_m) \sin \omega t. \quad (1)$$

В данной общей записи  $f_1(x, X_m)$  и  $f_2(x, X_m)$  имеются некоторые однозначные аппроксимирующие функции, вид которых определяет форму кривой  $y(x)$ . Таким образом, используя равенство (1), мы вместо аппроксимации одной, но двузначной кривой будем аппроксимировать две однозначные. При этом для моделирования гистерезисной зависимости легко применить аналоговые ЭВМ.

Типичный характер нормированных зависимостей  $f_1$  и  $f_2$  для сегнетоэлектриков приведен на рисунке. Аппроксимация этих



Зависимости  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  при  $X_m \geq X_{гр}$  для ряда материалов:

1 — тонкая керамическая пленка  $\text{BaTiO}_3$ ; 2 — монокристалл  $\text{BaTiO}_3$ ; 3 — пленка твердого раствора  $\text{Pb}(\text{Ti}, \text{Zr}, \text{Sn})\text{O}_3$ ; 4 — керамика  $\text{BaTiO}_3$ ; 5 — керамика ВК-2

функций не представляет большого труда. В качестве аппроксимирующих функций можно использовать степенные полиномы, экспоненциальные, тригонометрические и прочие функции [2].

Тот факт, что функции  $f_1$  и  $f_2$  зависят как от амплитуды воздействия, так и от мгновенного значения, можно использовать для аппроксимации динамических (т. е. на различных частотах воздействия) петель. Чтобы показать это, разложим  $f_1$  и  $f_2$  в ряд

Тейлора. Тогда, обозначив  $\frac{\partial^{(m+n)} f_i(0, 0)}{\partial x, \partial X_m} = \alpha_{mn}$ , имеем

$$f_i = \alpha_{00} + \alpha_{10}x + \frac{\alpha_{20}}{2}x^2 + \dots + \alpha_{01}X_m + \frac{\alpha_{02}}{2}X_m^2 + \dots \quad (2)$$

Далее, предполагая, что амплитуда воздействия  $X_m$  и мгновенное значение  $x$  известны, необходимо определить коэффициенты  $\alpha_{mn}$ . Это можно сделать применив методику, изложенную в работе [3], согласно которой для определения  $\alpha_{0n}$  необходимо семейство гистерезисных кривых, снятых на низкой частоте при различных  $X_m$ ,

а для определения  $\alpha_{m0}$  — семейство гистерезисных кривых, снятых при фиксированном  $X_m$ , но на различных частотах.

Экспериментальная проверка возможности использования выражения (2) проводилась на двухлучевом осциллографе; на один из каналов подавалась петля гистерезиса сегнетоэлектрика BaTiO<sub>3</sub>, на другой — сигналы от аналоговой ЭВМ МН-10. После нормировки коэффициентов  $\alpha_{mn}$  и усиления каналов обе кривые практически совпали.

1. Бокринская А. А., Медведев Б. А. Аналитическое представление петли гистерезиса. — Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1972, 15, 1, с. 73—78. 2. Левченко Н. А. и др. Применение ЭЦВМ для расчета схем на ферритах и сегнетоэлектриках. Киев, Наукова думка, 1969, 272 с. 3. Медведев Б. А., Стеченко В. М. Уравнение динамического состояния нелинейного диэлектрика. — Вестн. Киев. политехн. ин-та. «Радиотехника», 1977, 14, с. 51—53.

Поступила в редколлегию 13.09.79

*B. A. Medvedev*

#### MODELLING OF HISTERESIS LOOP

The possible method of approximations of histeresis is given.