УДК 621.372.825.4

В. И. НАЙДЕНКО, канд. техн. наук

ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СВЯЗИ ПЛОСКИХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ

Одним из методов, позволяющих выделить влияние отдельной пространственной гармоники на результат измерения, мог бы быть метод диэлектрического слоя. Однако известная теория метода [3], основанная на статическом приближении, является настолько неточной, что не позволяет обнаружить его избирательность.

Нами на электродинамическом уровне построена теория метода диэлектрического слоя. Ниже показано, как можно выделить из совокупного измерения эффект от воздействия одной из пространственных гармоник.

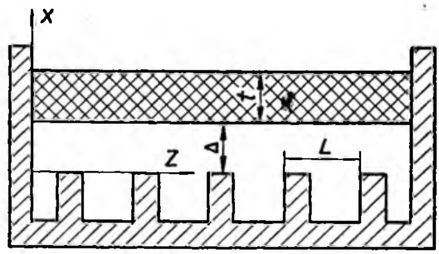

Рис. 1. Поперечное сечение структуры

Теорию метода измерений диэлектрическим слоем рассмотрим на примере бесконечной вдоль оси y плоской гребенки (рис. 1), закороченной с торцов плоскостями, расположенными в плоскостях симметрии системы на расстоянии N периодов системы L. В системе возбуждаются поля типа LE. Необходимые компоненты электромагнитного поля в области $x>0$ имеют вид

$$E_z^0=\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^0 \cos\beta_n z e^{-\gamma_n x},\quad H_y^0=-i\omega\varepsilon_0\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^0\cos\beta_n z e^{-\gamma_n x}/\gamma_n, \tag{1}$$

где A_n и β_n — амплитуда и постоянная распространения n пространственной гармоники; $\gamma_n=\sqrt{\beta_n^2-k^2}$, $k=2\pi/\lambda$. Зависимость от времени типа $\exp(i\omega t)$ не выписана.

После внесения слоя диэлектрика с проницаемостью ε поля в области $x>0$ можно представить как результат многократной дифракции поля (1) на системе диэлектрический слой — периодическая поверхность гребенки. Учтем только однократную дифракцию.

В результате дифракции поля (1) на слое диэлектрика возникает поле как вне слоя

$$E_z^-=\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^-\cos\beta_n z e^{\gamma_n x},\quad H_y^-=i\omega\varepsilon_0\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^-\cos\beta_n z e^{\gamma_n x}/\gamma_n;$$

$$E_z^{++}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{++}\cos\beta_n z e^{-\gamma_n x}, H_y^{++}=-i\omega\varepsilon_0\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{++}\cos\beta_n z e^{-\gamma_n x}/\gamma_n, \tag{2}$$

так и внутри него

$$E_z^+=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos\beta_n z\,(A_n^+ e^{-\gamma_{n\varepsilon}x}+B_n^+ e^{\gamma_{n\varepsilon}x});$$

$$H_y^+=-i\omega\varepsilon_1\sum_{n=-\infty}^{\infty}\cos\beta_n z\,(A_n^+ e^{-\gamma_{n\varepsilon}x}-B_n^+ e^{\gamma_{n\varepsilon}x})/\gamma_{n\varepsilon}. \tag{3}$$

Поля с индексом «—» относятся к пространству под слоем, а с индексом «++» — к пространству над слоем, $\gamma_{n\varepsilon} = \sqrt{\beta_n^2 - k^2\varepsilon_1}$.

Условия непрерывности y и z составляющих полей на нижней и верхней гранях диэлектрика приводят к системе уравнений

$$A_n^0 e^{-\gamma_n\Delta} + A_n^- e^{\gamma_n\Delta} = A_n^+ e^{-\gamma_{n\varepsilon}\Delta} + B_n^+ e^{\gamma_{n\varepsilon}\Delta};$$

$$A_n^0 e^{-\gamma_n\Delta} - A_n^- e^{-\gamma_n\Delta} = (A_n^+ e^{-\gamma_{n\varepsilon}\Delta} - B_n^+ e^{\gamma_{n\varepsilon}\Delta})\, \varepsilon_1\gamma_n/\varepsilon_0\gamma_{n\varepsilon},$$

$$A_n^+ e^{-\gamma_{n\varepsilon}(\Delta+t)} + B_n^+ e^{\gamma_{n\varepsilon}(\Delta+t)} = A_n^{++} e^{-\gamma_n(\Delta+t)};$$

$$A_n^+ e^{-\gamma_{n\varepsilon}(\Delta+t)} - B_n^+ e^{\gamma_{n\varepsilon}(\Delta+t)} = A_n^{++} e^{-\gamma_n(\Delta+t)} \varepsilon_0\gamma_{n\varepsilon}/\varepsilon_1\gamma_n. \qquad (4)$$

Расстояние между системой и нижней гранью слоя обозначено через Δ; толщина слоя — через t (рис. 1).

Будем считать в системе (4) известной A_n^0. Тогда из (4) находим

$$\begin{aligned} A_n^- &= A_n (1 - \alpha_n)(1 - e^{-2\gamma_{n\varepsilon}t})\, e^{-2\gamma_n\Delta}; \\ A_n^+ &= 2A_n e^{-(\gamma_n - \gamma_{n\varepsilon})\Delta}; \\ B_n^+ &= 2A_n e^{-(\gamma_n + \gamma_{n\varepsilon})\Delta - 2\gamma_{n\varepsilon}t} (\alpha_n - 1)/(\alpha_n + 1); \\ A_n^{++} &= 4A_n e^{(\gamma_n - \gamma_{n\varepsilon})t} \alpha_n/(1 + \alpha_n). \end{aligned} \qquad (5)$$

Здесь $A_n = A_n^0/T_n$, $T_n = 1 + \alpha_n - e^{-2\gamma_{n\varepsilon}t}(1 - \alpha_n)^2/(1 + \alpha_n)$, $\alpha_n = \varepsilon_1\gamma_n/(\varepsilon_0\gamma_{n\varepsilon})$. Таким образом, амплитуды пространственных гармоник полей (2) и (3) выражены с помощью соотношений (5) через амплитуды полей (1).

Используем функционал сравнения [2]

$$\Delta\omega/\omega_1 = \int\limits_{\Delta v} \Delta\varepsilon E E^{0*} dv \Big/ \int\limits_{v_0} (\varepsilon_0 E E^{0*} + \mu_0 H H^{0*})\, dv, \qquad (6)$$

где $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_1$, ω_0 и E^0, H^0 — резонансная частота и поля резонатора без диэлектрического слоя; ω_1 и E, H — резонансная частота и поля резонатора с внесенным слоем диэлектрика; $\Delta\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$. Интегрирование в числителе проводится по объему слоя, в знаменателе — по объему резонатора.

С целью упрощения окончательных выражений заменим

$$\int\limits_{v_0} (\varepsilon_0 E E^{0*} + \mu_0 H H^{0*})\, dv \approx \int\limits_{v_0} (\varepsilon_0 |E^0|^2 + \mu_0 |H^0|^2)\, dv = 4W \qquad (7)$$

(W — энергия поля в резонаторе без диэлектрического слоя). Вычислим интеграл в числителе (6)

$$\int\limits_{\Delta v} \Delta\varepsilon E E^{0*} dv = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\, y \int\limits_0^{NL} \int\limits_{\Delta}^{\Delta+t} (E_z^+ E_z^{0*} + E_x^+ E_x^{0*})\, dx dz. \qquad (8)$$

Подставляя сюда поля (1) и (3), выполняя интегрирование, используя (7) и заменяя $|A_n^0|^2/4W$ на $R_n\beta_n^2/(n_{\text{гр}}NL\sqrt{\varepsilon_0\mu_0})$, где R_n — сопротивление связи пространственной гармоники с номером n, $n_{\text{гр}}$ — групповое замедление, получаем

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{R_n}{n_{\text{гр}}} n_n^2 k \frac{e^{-2\gamma_n\Delta}}{\gamma_n + \gamma_{n\varepsilon}} \left(\delta_{n_n} + \frac{\beta_n^2}{\gamma_n\gamma_{n\varepsilon}}\right) \frac{Q_n}{T_n} = \frac{120\pi}{(\varepsilon_1' - 1)\, ky} \frac{\Delta f}{f}. \qquad (9)$$

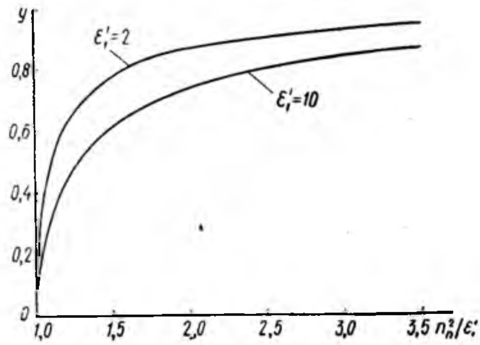

Рис. 2. Зависимость отношения продольных электрических полей в динамическом и статическом случаях от $n_n^2\varepsilon_1'$ для различных значений ε_1'.

В выражении (9): $\varepsilon_1' = \varepsilon_1/\varepsilon_0$, $n_n = \beta_n/k$ — фазовое замедление n пространственной гармоники; $\delta_{n_n} = 1$ при $n_n \neq 0$ и $\delta_{n_n} = 2$ при $n_n = 0$, $Q_n = 1 - e^{-(\gamma_n+\gamma_{n\varepsilon})t} + e^{-2\gamma_{n\varepsilon}t}\,(1 - e^{-(\gamma_n-\gamma_{n\varepsilon})t})\,(1-\alpha_n)\,(\gamma_{n\varepsilon} + \gamma_n)/[(1+\alpha_n)\,(\gamma_{n\varepsilon} - \gamma_n)]$. В частном случае, когда толщина слоя $t \to \infty$, $Q_n \to 1$, $T_n \to 1 + \alpha_n$. Сопротивление связи в (9) выражено в омах.

Поскольку для гармоник с $n_n > 1$, $\beta_n^2/\gamma_n\gamma_{n\varepsilon} > 1$, то вклад поперечных компонент электрического поля в изменение частоты Δf больше вклада продольных компонент (обычно вклад поперечных компонент не учитывается).

Как следует из (9), изменение резонансной частоты, вызванное внесением слоя диэлектрика, пропорционально сумме сопротивлений связи всех пространственных гармоник. Сопротивление связи отдельной пространственной гармоники может быть найдено по методу, предложенному в [1]. В этом случае метод диэлектрического слоя считается не избирательным к пространственным гармоникам.

Избирательность метода диэлектрического слоя можно обнаружить, проанализировав поля системы при введенном слое (2), (3), (5) или выражение для сопротивления связи (9). С целью упрощения выкладок рассмотрим случай, когда толщина слоя $t = \infty$.

Из (2), (3) и (5) находим $(E_{zn}^+/E_{zn}^0)|_{x=\Delta} = 2\varepsilon_0/(\varepsilon_0 + \varepsilon_1\gamma_n/\gamma_{n\varepsilon})$. Сравнивая это выражение со статическим $(E_{z\text{ст}}^+/E_{z\text{ст}}^0)|_{x=\Delta} = 2\varepsilon_0/(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)$, приходим к выводу, что слой диэлектрика обладает эквивалентной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{э}n}' = \alpha_n = \varepsilon_1\gamma_n/(\varepsilon_0\gamma_{n\varepsilon})$, разной для разных пространственных гармоник. Если $\gamma_{n\varepsilon} \to 0$, т. е. $n_n^2 \to \varepsilon_1'$, то $\varepsilon_{\text{э}n}' \to \infty$, и продольная компонента электрического поля в слое диэлектрика стремится к нулю. Если $n_n^2 \gg \varepsilon_1'$, то $\varepsilon_{эn}' \approx \approx \varepsilon_1'$, поле в диэлектрике равно статическому.

График функции $y=[(E_{zn}^{+}/E_{zn}^{0})/(E_{zст}^{+}/E_{zст}^{0})]_{x=\Delta} = (1+\varepsilon_1')/(1+\varepsilon_{эn}')$, представляющей отношение продольных полей в динамическом и статическом случаях, приведен на рис. 2 для двух значений ε_1' : 2 и 10. По оси абсцисс отложена величина n_n^2/ε_1'. Из графика видно, что при синхронизме волн в системе и в слое диэлектрика функция $y \to 0$, т. е. продольное электрическое поле в слое диэлектрика исчезает. Как следует из (9), вклад поперечной компоненты в изменение резонансной частоты в этом случае существенно больше вклада продольной компоненты: в сумме (9) превалирует один член. Следовательно, если $n_q^2 \approx \varepsilon_1'$, то из (9) получаем выражение для сопротивления связи q гармоники

$$\frac{R_q}{n_{гр}} n_q^2 k \frac{e^{-2\gamma_q \Delta}}{\gamma_q + \gamma_{q\varepsilon}} \left(\delta_{n_q} + \frac{\beta_q^2}{\gamma_q \gamma_{q\varepsilon}}\right) \frac{Q_q}{T_q} = \frac{120\pi}{(\varepsilon_1' - 1) ky} \cdot \frac{\Delta f}{f}.$$

В этом выражении влияние всех остальных (несинхронных) гармоник, за исключением гармоники с номером q, не учитывается. Можно учесть влияние всех остальных гармоник. Для этого проведем одно измерение с помощью слоя диэлектрика с ε_1', а другое измерение — с помощью слоя диэлектрика с ε_2'. Если выбрать один диэлектрик с проницаемостью ε_1', близкой к n_q^2, а другой диэлектрик с проницаемостью ε_2', не близкой ни к какому n_n^2, или выбрать второй диэлектрик таким, чтобы ε_2' также было близко к n_q^2, но все же отличалось от ε_1', то можно, вычитая уравнения типа (9), соответствующие различным проницаемостям, выделить эффект от одной q-й гармоники.

Список литературы: 1. *Найденко В. И.* Двухсторонние приближения для сопротивления связи пространственных гармоник замедляющих систем.— Радиотехн. и электроника, 1976, т. XXI, № 1, с. 38—46. 2. *Никольский В. В.* Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М., Наука, 1967. 280 с. 3. Электронные СВЧ-приборы со скрещенными полями. Под ред. М. М. Федорова, т. 1, М., ИЛ, 1961. 300 с.

V. I. Naidenko

INTERACTION IMPEDANCE MEASUREMENT IN SLOW-WAVE STRUCTURES BY A DIELECTRIC LAYER

The method of the interaction impedance measurement in slow-wave structures by a dielectric layer is considered. The theory of the method is described.