УДК 621.391

В. Б. ГАЛАНЕНКО, канд. техн. наук,
С. Н. МАЙСТРЕНКО, мл. науч. сотр.

О ВЛИЯНИИ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ НА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

Как известно [1], при обнаружении сигнала с детерминированной пространственной структурой в поле квазигармонической гауссовой помехи с помощью оптимальной антенной решетки из N приемников реализуется алгоритм

$$u = x_i a_{ik} s_k^*, \tag{1}$$

где x_i — вектор входных воздействий; s_k — вектор копии полезного сигнала; $a_{ik} = (g_{ik})^{-1}$ — матрица, обратная матрице коэффициентов взаимной корреляции помехи g_{ik} $(i, k = 1, 2, \ldots, N)$.

Так как априорная информация о корреляционной матрице g_{ik} отсутствует, то для реализации алгоритма (1) следует произвести соответствующие измерения и заменить g_{ik} оценками $\hat{g}_{ik} = g_{ik} + \tilde{g}_{ik}$, где $\tilde{g}_{ik}$ — матрица ошибок измерения [2]. Соответственно, вместо матрицы a_{ik} в (1) появится $\hat{a}_{ik} = a_{ik} + \tilde{a}_{ik}$. Цель данной работы заключается в том, чтобы оценить уменьшение помехоустойчивости алгоритма (1) за счет погрешностей измерения корреляционной матрицы g_{ik}.

Используя обычное определение отношения сигнал/помеха как отношения квадрата прироста математического ожидания входного эффекта к его дисперсии, получим

$$C^2/\Pi^2 = (s_i a_{ik} s_k^*)/(g_{ij} \langle \hat{a}_{ik} \hat{a}_{jl} \rangle s_k s_l^*). \tag{2}$$

Здесь полагаем помеху и сигнал нормированными, так что $\langle |n_i|^2 \rangle = 1$, $|s_i|^2 = 1$ для любых i, что соответствует однородному полю помехи. Это ограничение не является обязательным и вводится лишь для простоты.

Выражение (2) можно показать и через случайные приращения $\tilde{g}_{ik}$ и $\tilde{a}_{ik}$

$$\frac{C^2}{\Pi^2} = \frac{(d^2 + s_i \langle \tilde{a}_{ik} \rangle s_k^*)^2}{d^2 + 2 s_i \langle \tilde{a}_{ik} \rangle s_k^* + g_{ij} \langle \tilde{a}_{ik} \tilde{a}_{jl}^* \rangle s_k s_l^*}, \tag{3}$$

где $d^2 = s_i a_{ik} s_k^*$ — параметр обнаружения, характеризующий потенциальную помехоустойчивость.

Как видно из (3), для расчета помехоустойчивости необходимо найти математическое ожидание $\langle \tilde{a}_{ik} \rangle$ и второй момент $\langle \tilde{a}_{ik} \tilde{a}_{jl}^* \rangle$

случайных добавок к элементам обратной матрицы. При их определении будем исходить из тождества $(a_{ik}+\tilde{a}_{ik})(g_{ik}+\tilde{g}_{ik})=I$ или в операторной форме

$$(A+\tilde{A})(G+\tilde{G})=I, \tag{4}$$

где I — единичная матрица.

Преобразуем (4) к виду $\tilde{A}=-A\tilde{G}A(I+A\tilde{G})^{-1}$ и разложим оператор $(I+A\tilde{G})^{-1}$ в ряд Неймана, полагая справедливым условие $\|\tilde{G}\|\ll\|A\|^{-1}$,

$$\tilde{A}=-A\tilde{G}A+A\tilde{G}A(A\tilde{G})-A\tilde{G}A(A\tilde{G})^2+\ldots . \tag{5}$$

Для отыскания математического ожидания $\langle\tilde{a}_{ik}\rangle$ сохраним линейный член ряда, а для отыскания второго момента—нулевой член. При этом слагаемые, входящие в (3), будут одного порядка по $\tilde{g}_{ik}$

$$\langle\tilde{a}_{ik}\rangle\approx\langle A\tilde{G}AA\tilde{G}\rangle=a_{im}a_{np}a_{pl}R_{mnlk}; \tag{6}$$

$$\langle\tilde{a}_{ik}\tilde{a}^*_{jl}\rangle\approx\langle A\tilde{G}AA\tilde{G}A\rangle=a_{im}a_{nk}R_{mnpr}a_{kp}a_{rl}, \tag{7}$$

где $R_{mnpr}=\langle\tilde{g}_{mn}\tilde{g}_{pr}\rangle$ — взаимная корреляция погрешностей измерения элементов корреляционной матрицы.

Для расчета коэффициентов R_{mnlh} следует конкретизировать алгоритм измерения корреляционной матрицы. Пусть для этой цели применяется перемножитель и идеальный интегратор, т. е.

$$\hat{g}_{ik}=\frac{1}{T}\int_0^T n_i(t)\,n_k(t)\,dt. \tag{8}$$

В этом выражении для упрощения дальнейших выкладок мы предполагаем, что корреляционная матрица — действительная. С учетом (8)

$$R_{mnpr}=\frac{1}{T^2}\int_T\int_T\langle n_k(t)\,n_n(t)\,n_p(t')\,n_r(t')\rangle\,dt\,dt'-g_{mn}g_{pr}. \tag{9}$$

Используя выражение для четвертого момента гауссового случайного процесса и вслед за этим квазигармоничность поля помехи, получим

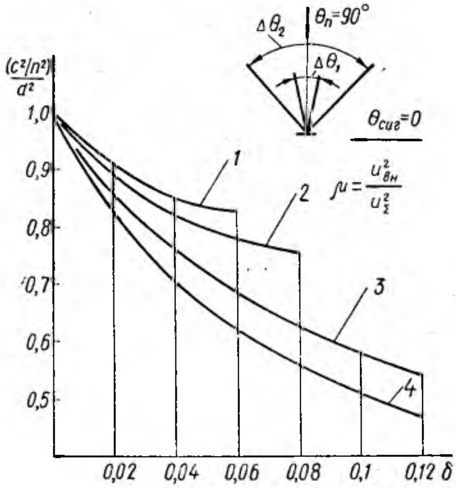
$$R_{mnpr}=\delta^2(g_{mp}g_{nr}+g_{ml}g_{np}), \tag{10}$$

где $\delta^2=\frac{1}{T^2}\int_T\int_T R^2(t-t')\,dt\,dt'$.

Подставим (10) в (6) и (7) и суммируем по повторяющимся индексам. Полученные выражения подставим в (3). Тогда

$$\frac{C^2}{\Pi^2} = d^2 \frac{[1+\delta^2 (1+|s_k|^2 \operatorname{tr} a_{ik}/d^2]^2}{1+2\delta^2 (1+|s_k|^2 \operatorname{tr} a_{ik}/d^2)+(N+1)\,\delta^2}. \qquad (11)$$

При расчетах отношения сигнал/помеха по формуле (11) следует иметь в виду, что область ее применения ограничена неравенством $\|\tilde{G}\| \ll \|A\|^{-1}$, что физически означает требование малости погрешности измерений, определяемых параметром δ^2.



Результаты расчета помехоустойчивости линейной эквидистантной антенны из 10 ненаправленных приемников приведены на рисунке (*1* — $\Delta\theta_1 = 35°$; $\mu = 0{,}001$; *2* — $\Delta\vartheta_2 = 100°$; $\mu = 0{,}001$; *3* — $\Delta\theta_1 = 35°$; $\mu = 0{,}1$; *4* — $\Delta\theta_2 = 100°$; $\mu = 0{,}1$). Предполагалось, что поле помех состоит из взаимнокоррелированных внутренних шумов и пучка плоских волн, падающих на антенну по направлениям, лежащих внутри телесного угла, показанного на рисунке.

Анализ графиков позволяет сделать вывод, что требования к точности измерения элементов корреляционной матрицы не являются чрезмерно жесткими. При $\delta \sim (5 \div 10)\,\%$ помехоустойчивость в рассмотренных нами случаях незначительно отличается от потенциальной.

Список литературы: 1. *Галаненко В. Б., Гаткин Н. Г., Красный Л. Г.* Оптимальная пространственно-временная обработка сигналов в поле гауссовой помехи.— В кн.: Труды III Всесоюзной школы-семинара по статистической гидроакустике. М., 1972, с. 123—128. 2. *Красный Л. Г.* Принципы оптимальной адаптивной обработки гидроакустической информации.— В кн.: Труды V Всесоюзной школы-семинара по статистической гидроакустике. Новосибирск, 1974, с. 169—178.

V. B. Galanenko, S. N. Majstrenko

ABOUT SPACE CORRELATION COEFFICIENT DIMENSION INFLUENCE ON THE OPTIMUM DETECTOR NOISE IMMUNITY

Optimum space detector noise immunity lowering as a result of matrix correlate dimension errors is considered.