

ОБОБЩЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ АНАЛОГОВЫХ СХЕМ НА ЭЦВМ

Общим подходом к решению задач автоматического проектирования нелинейных схем в статическом режиме является обобщенная оптимизация [2, 3]. Частные методы обобщенной оптимизации схем в статическом режиме можно представить диаграммой (рис. 1). Для обобщенной оптимизации характерно, что независимыми переменными оптимизации могут быть как сопротивления схемы, так и реакции (напряжения, токи). Обобщенный подход применим для любых математических моделей физических систем, в частности схемных моделей.

Опишем состояния схемы уравнениями узловых напряжений

$$F_k(R_1, R_2, \dots, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m, \quad (1)$$

где R_1, R_2, \dots — сопротивления; $\varphi_1, \dots, \varphi_m$ — узловые напряжения схемы. В обобщенной оптимизации мерой качества оптимизируемого объекта является целевая функция, отражающая выполнение уравнений равновесия (1) и степень удовлетворения заданным уровням критериев оптимальности

$$\Phi(x_1, \dots, x_n) = F(x_1, \dots, x_n) + \psi(x_1, \dots, x_n), \quad (2)$$

где $F(x_1, \dots, x_n)$ — функция, значения которой определяются нормой (в частности, евклидовой $F = \sum_{k=1}^m |F_k(x_1, \dots, x_n)|^2$) невязок уравнений (1); $\psi(x_1, \dots, x_n)$ — определяет уровни критериев оптимальности.

В процессе оптимизации необходимо подобрать такой вектор $X = (x_1, \dots, x_q)$, при котором целевая функция (2) получает

экстремальное (минимальное) значение. Стратегию этого выбора находят методом математической оптимизации [4]. Наиболее эффективны градиентные методы, требующие численного расчета производных функции (2) по независимым переменным оптимизации x_1, \dots, x_q .

В диаграмме (рис. 1) последовательность блоков 1, 2, 7, 5 определяет нетрадиционный метод обобщенной оптимизации

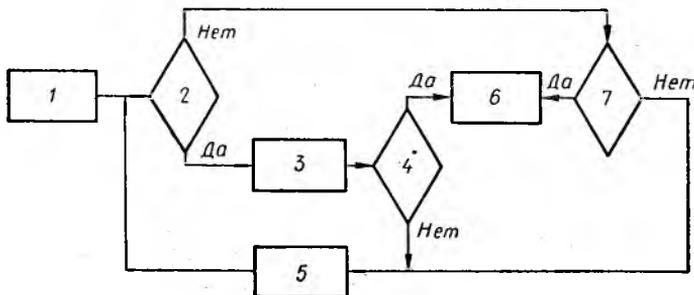


Рис. 1. Диаграмма методов обобщенной оптимизации:

1 — начальный объект оптимизации; 2 — проверка наличия зависимых переменных; 3 — расчет зависимых переменных; 4 — проверка выполнения условий оптимальности; 5 — изменение независимых переменных; 6 — оптимальный вариант схемы; 7 — проверка выполнения уравнений равновесия и условий оптимальности

без зависимых переменных, в котором сопротивления и реакции схемы рассматриваются как независимые переменные $X = (x_1, \dots, \dots, x_q)$. Найдем для этого метода производные целевой функции

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = 2 \sum_{k=1}^m F_k(x_1, \dots, x_q) \frac{\partial F_k}{\partial x_i} + \frac{\partial \Psi}{\partial x_i}, \quad i = 1, \dots, q. \quad (3)$$

Вычислительные процедуры в нем, в число которых входит расчет производных (3) и целевой функции (2), просты и несложно реализуются на ЭВМ.

Последовательность блоков 1—5 диаграммы (рис. 1) определяет широкий класс методов обобщенной оптимизации с зависимыми переменными, характерной особенностью которых является разбиение полного вектора X на вектор независимых $X_H = (x_1, \dots, x_q)$ и зависимых переменных $X_3 = (x_{q+1}, \dots, x_n)$. Каждый шаг оптимизации для этих методов связан с выполнением блока 3 — расчетом зависимых переменных. По заданным независимым переменным значения зависимых определяются при решении системы уравнений (1), что формально можно записать в виде операторного выражения

$$X_3 = F^{-1}(X_H). \quad (4)$$

Так как этап (4) гарантирует выполнение уравнений равновесия (1), первое слагаемое в выражении целевой функции (2)

обращается в нуль. Найдем производные функции (2), учитывая, что в функцию ψ входят зависимые и независимые переменные и при любом изменении элементов вектора X_n изменяются элементы вектора X_3 согласно (4)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial \psi}{\partial x_i} + \sum_{j=q+1}^n \frac{\partial \psi}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial x_i}, \quad i = 1, \dots, q. \quad (5)$$

Производные зависимых переменных по независимым можно найти, продифференцировав неявные функции (1)

$$\frac{\partial F_k}{\partial x_i} + \sum_{j=q+1}^n \frac{\partial F_k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, \dots, q, \quad k = 1, \dots, m. \quad (6)$$

Выражение (6) дает $(n - q - 1)$ систем линейных уравнений относительно $(\partial x_j / \partial x_i)$ ($i = 1, \dots, q; j = q + 1, \dots, n$), имеющих одинаковую матрицу коэффициентов $a_{kj} = (\partial F_k) / (\partial x_j)$ ($k = 1, \dots, m; j = q + 1, \dots, n$) и различные столбцы свободных членов $b_k = -(\partial F_k) / (\partial x_i)$ ($k = 1, \dots, m; i = 1, \dots, q$).

Реализация класса методов обобщенной оптимизации с зависимыми переменными значительно сложнее, так как усложняется расчет производных согласно (5), (6) и необходима реализация трудоемкого процесса (4). Разбиение вектора X на зависимые и независимые переменные может быть выполнено большим числом способов, но в любом случае так, чтобы была гарантирована единственность решения систем (6). Следует отметить, что от вида разбиения зависит скорость оптимизационного процесса в целом. В частном случае при $X_3 = (\varphi_1, \dots, \varphi_m)$ получаем традиционный вариант обобщенной оптимизации, в котором единственность решения (6) обеспечена, но для расчета зависимых переменных X_3 на этапе (4) необходимо проводить анализ нелинейной схемы, т. е. решать относительно $\varphi_1, \dots, \varphi_m$ систему нелинейных алгебраических уравнений (1). В другом частном случае при $X_3 = (R_1, R_2, \dots)$ условие единственности решения (6) требует дополнительных проверок, но трудоемкость расчета X_3 значительно меньше — только решение системы линейных уравнений (1) относительно R_1, R_2, \dots .

Для примера рассмотрим усилитель постоянного тока (рис. 2).

Сначала была поставлена задача расчета цепей смещения усилителя, обеспечивающих линейность усилителя в режиме малого сигнала. С этой целью составлены ограничения для напряжений на зажимах транзисторов: $0,05 \text{ В} \leq U_{БЭ} \leq 0,8 \text{ В}$; $0,3 \text{ В} \leq U_{КЭ1} \leq 6 \text{ В}$; $0,5 \text{ В} \leq U_{КЭ2} \leq 6 \text{ В}$; $1 \text{ В} \leq U_{КЭ3} \leq 6 \text{ В}$; $2 \text{ В} \leq U_{КЭ4} \leq 6 \text{ В}$. Кроме того, были введены ограничения на проводимости схемы (в мСИМ): $0,01 \leq g_1 \leq 0,05$; $2 \leq g_2, g_7 \leq 10$; $0,05 \leq g_3, g_4 \leq 1,0$; $0,05 \leq g_5, g_6 \leq 0,2$; $0,2 \leq g_8, g_9, g_{10} \leq 1,0$. Все записанные ограничения вида $l_i \leq x_i \leq u_i$

вводились в целевую функцию (2) с помощью штрафных функций

$$\psi_i = \gamma l_i (x_i - l_i)^2 + \gamma u_i (x_i - u_i)^2,$$

где

$$\gamma l_i = \begin{cases} 0, & x_i \geq l_i; \\ \gamma, & x_i < l_i \end{cases}; \quad \gamma u_i = \begin{cases} 0, & x_i \leq u_i; \\ \gamma, & x_i > u_i \end{cases},$$

причем γ принято равным 10^3 для ограничений по напряжениям и 10^8 для ограничений по проводимостям. Транзисторы описаны моделью Эберса-Молла: $I_B = 10^{-11} (\exp(40U_{BE}) - 1)$; $I_k = 99I_B$.

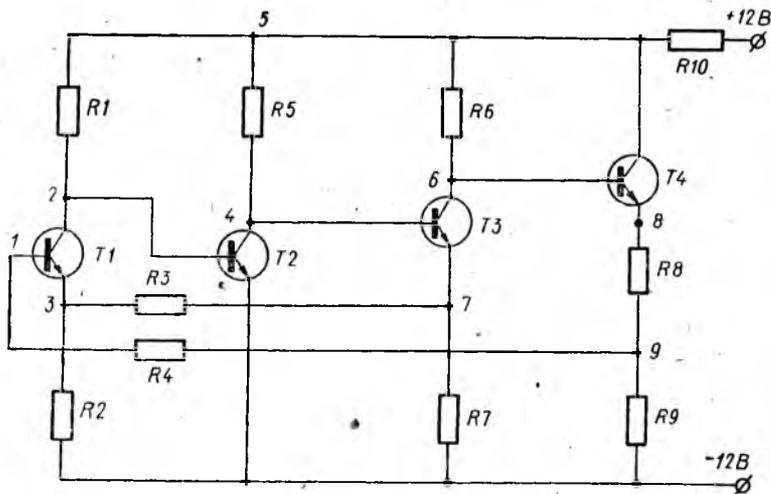


Рис. 2. Усилитель постоянного тока

Для решения этой задачи были опробованы два метода обобщенной оптимизации: без зависимых переменных с вектором из 19 элементов $X = (g_1, \dots, g_{10}, U_{BE1}, \dots, U_{BE4}, U_{CE1}, \dots, U_{CE4}, \varphi_9)$, и также традиционный метод обобщенной оптимизации с независимыми переменными $X_n = (g_1, \dots, g_{10})$. В обоих методах для минимизации целевой функции был использован математический метод сопряженных напряжений Зойдендейка — Пирсона [1, 4]. При применении второго метода для решения системы нелинейных уравнений на этапе (4) был использован метод Ньютона — Брэнгина. Произвольно выбранная начальная точка поиска для методов 1 и 2: $X_0 = (0,02; 5; 0,1; 0,1; 0,1; 0,1; 5; 0,5; 0,5; 0,5; 0,6; 0,6; 0,6; 0,6; 0,4; 1; 2; 5; 1)$. Результаты счета на ЭВМ БЭСМ-6: для первого метода решение со значением целевой функции $\Phi = 8,8 \times 10^{-9}$ было найдено за 47 итераций и 716 обращений к уравнениям равновесия (1), время счета 36 с; для второго метода точное решение с $\Phi = 0$ было найдено за три итерации оптимизации, 73 расчета зависимых переменных этапа (4) и 2320 обращений к уравнениям (1), время счета составило 118 с.

Вторая задача оптимизации усилителя (рис. 2) заключалась в выборе параметров, обеспечивающих заданный коэффициент усиления по напряжению K_U в режиме малого сигнала при выполнении ранее введенных ограничений на проводимости схемы и напряжения на зажимах транзисторов. Для решения был применен второй метод с произвольно выбранной начальной точкой поиска $X_{10} = (0,02; 5; 0,5; 0,5; 0,1; 0,1; 5,0; 0,5; 0,5; 0,5)$. Расчет проведен на ЭВМ БЭСМ-6. Для приведенных ограничений и условия $K_U \geq 400$ за две итерации, 47 расчетов зависимых переменных и 1440 обращений к уравнениям (1) получено точное решение: $K_U = 404$; $g_1 = 0,0132$; $g_2 = 4,99$; $g_3 = 0,0500$; $g_4 = 0,499$; $g_5 = 0,174$; $g_6 = 0,165$; $g_7 = 4,99$; $g_8 = 0,492$; $g_9 = 0,512$; $g_{10} = 0,458$; время счета 84 с. Для приведенных ограничений и условия $K_U \geq 1000$ за 16 итераций, 426 расчетов зависимых переменных и 12 250 обращений к уравнениям (1) получено точное решение: $K_U = 1582$; $g_1 = 0,0499$; $g_2 = 2,01$; $g_3 = 0,905$; $g_4 = 0,0545$; $g_5 = 0,198$; $g_6 = 0,0983$; $g_7 = 6,84$; $g_8 = 0,401$; $g_9 = 0,999$; $g_{10} = 0,927$; время счета 7 мин. 5 с.

Дополнительно проведен расчет усилителя (рис. 2) при тех же ограничениях на проводимости, но более жестких ограничениях на напряжения: $0,4 \text{ В} \leq U_{БЭ} \leq 0,7 \text{ В}$; $0,6 \text{ В} \leq U_{КЭ1} \leq 2 \text{ В}$; $1 \text{ В} \geq U_{КЭ2} \leq 2 \text{ В}$; $2 \text{ В} \leq U_{КЭ3} \leq 6 \text{ В}$; $2 \text{ В} \leq U_{КЭ4} \leq 6 \text{ В}$. Для начальной точки поиска $X_{10} = (0,035; 7,0; 0,3; 0,3; 0,3; 0,3; 5,0; 0,75; 0,75; 0,75)$ и условия $K_U \geq 1000$ за 34 итерации, 862 расчета зависимых переменных и 23 210 обращений к уравнениям (1) получено только приближенное решение со значением целевой функции $\Phi = 32,09$, в котором не выполнены заданные ограничения по двум напряжениям: $U_{КЭ1} = 0,442 \text{ В}$; $U_{КЭ2} = 0,916 \text{ В}$. Время счета 13 мин на ЭВМ БЭСМ-6.

Полученные результаты позволяют оценить трудоемкость задачи обобщенной оптимизации нелинейных аналоговых схем.

Список литературы: 1. Зойдендейк Ж. Методы возможных направлений. М., ИЛ, 1963, 186 с. 2. Каширский И. С. Расчет цепей смещения транзисторных схем методом обобщенной оптимизации.— Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1975, 18, № 5, с. 88—92. 3. Каширский И. С. Методы обобщенной оптимизации. Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1975, 18, № 6, с. 83—92. 4. Трохименко Я. К., Каширский И. С., Ловкий В. К. Проектирование радиотехнических схем на инженерных ЭЦВМ. Киев, Техніка. 1976. 424 с. 5. Pearson J. D. Variable metric methods of minimization.— Computer Journal, 1969, 12, № 24 p. 171—175.

I. S. Kashirsky, V. A. Golovin

THE GENERALIZED OPTIMIZATION OF NONLINEAR ANALOG CIRCUITS

Some version of the generalized optimization of the mathematical models of real systems are considered. The scheme of generalized optimization methods are given. The results of calculations have shown a high effectivity of nontraditional versions for computer-aided design of nonlinear dc circuits.