УДК 621.396.96

В. М. ЛАВРИНЧУК, ст. науч. сотр.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ, ЗАДАВАЕМОЙ ПОЛИНОМОМ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

При равномерном и прямолинейном движении лоцируемых объектов их полярные координаты, дальность и азимут изменяются во времени нелинейно (1), (2), что вызывает появление динамических погрешностей при сглаживании этих координат известными алгоритмами [2], синтезированными по полиномиальной модели траектории

$$r(t) = \sqrt{(r_x + v_x(t-t_0))^2 + (r_y + v_y(t-t_0))^2}; \tag{1}$$

$$\beta(t) = \operatorname{arc\,tg} \frac{r_x + v_x(t-t_0)}{r_y + v_y(t-t_0)}, \tag{2}$$

где r_x, r_y — декартовы координаты объекта в момент $t=t_0$, v_x, v_y — составляющие скорости движения объекта.

Динамические погрешности сглаживания координат и параметров траектории (1), (2) алгоритмом оценки параметров при линейной модели [2] подробно рассмотрены в работах [3, 4].

Оценим динамические погрешности сглаживания полярных координат (1), (2) алгоритмом оценки параметров при квадратичной модели траектории

$$x(t) = x_0 + x_1(t-t_0) + x_2(t-t_0)^2/2 \tag{3}$$

(x_0 — координата объекта в момент $t=t_0$; x_1 — скорость изменения координаты; x_2 — ускорение).

Как известно [5], при нормальном распределении погрешностей измерения алгоритм, построенный по модели (3), аппроксимирует функции $r(t)$, $\beta(t)$ по методу наименьших квадратов; поэтому динамические погрешности найдем как погрешности аппроксимации функций (1), (2) полиномом (3) на интервале t_0—t_n по методу наименьших квадратов. Значения параметров x_0, x_1, x_2 получим минимизацией квадратичной формы

$$M = \int_{t_0}^{t_n} (f(t) - x(t))^2\,dt; \;\; (f(t) = r(t),\, \beta(t)). \tag{4}$$

Для упрощения вычислений введем новую переменную $t=(t_n+t_0)/2+(t_n-t)y/2$, что позволит перейти к аппроксимации на интервале $-1\div 1$, а в качестве аппроксимирующей функции $z(y)=x[(t_n+t_0)/2+(t_n-t_0)y/2)]$ выберем полиномы Лежандра $z(y)=a_0P_0(y)+a_1P_1(y)+a_2P_2(y)$, ортогональные на этом интервале. Тогда, подставив вместо $P_i(y)$ их значения, получим $x_0=a_0-a_1+[2a_2;\ x_1=[2(a_1-3a_2)]/(t_n-t_0)]$; $x_2=6a_2/(t_n-t_0)^2$, а коэффициенты a_0, a_1, a_2 найдем из соотношений

$$a_k=\frac{2k+1}{2}\int\limits_{-1}^{+1} f\left(\frac{t_n+t_0}{2}+\frac{t_n-t_0}{2}y\right)P_k(y)\,dy,\ k=0,1,2. \qquad (5)$$

Полагая функцию $f(t)$ непрерывно дифференцируемой, представим ее рядом Тейлора в окрестности точки $t=(t_n+t_0)/2\,(y=0)$

$$f(t)=f\left(\frac{t_n+t_0}{2}+\frac{t_n-t_0}{2}y\right)=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{C_i(t_n-t_0)^i}{i!\,2^i}y^i, \qquad (6)$$

где $C_i=f^{(i)}[(t_n+t_0)/2)]$. Подставив (6) в (5) и вычисляя интеграл для $k=0,1,2$, получим

$$a_0=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{C_{2j}(t_n-t_0)^{2j}}{(2j+1)!\,2^{2j}};\quad a_1=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{3C_{2j+1}(t_n-t_0)^{2j+1}}{(2j+1)!\,2^{2j+1}(2j+3)};$$

$$a_2=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{10jC_{2j}(t_n-t_0)^{2j}}{(2j+1)!\,2^{2j}(2j+3)}. \qquad (7)$$

Значение аппроксимирующего полинома $x(t)$ в точке $t=t_n$, численно равное $z(y)$ при $y=+1$, найдем из (3), подставив a_0, a_1, a_2 из (7). При этом погрешность аппроксимации $f(t)$ полиномом $x(t)$ в момент $t=t_n$ имеет вид

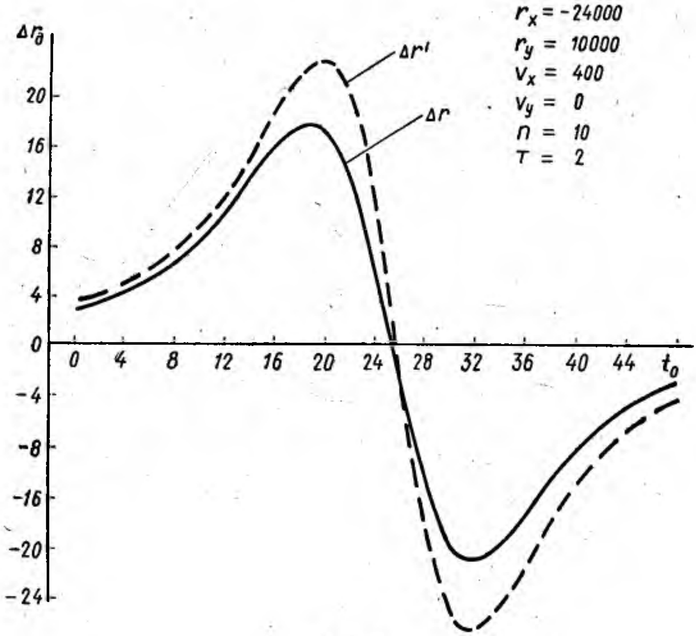
$$\Delta f(t_n)=f(t_n)-x(t_n)=$$

$$=\sum_{j=0}^{\infty}\left|\frac{4j(j-1)C_{2j}(t_n-t_0)^{2j}}{(2j+1)!\,2^{2j}(2j+3)}+\frac{2jC_{2j+1}(t_n-t_0)^{2j+1}}{(2j+1)!\,2^{2j+1}(2j+3)}\right| \qquad (8)$$

или

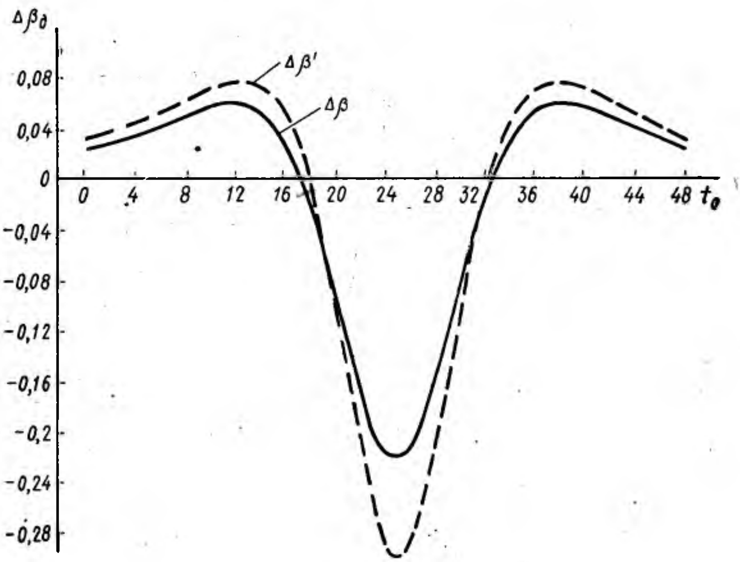
$$\Delta f(t_n)=\frac{1}{120}f^{(3)}\left(\frac{t_n+t_0}{2}\right)(t_n-t_0)^3+\frac{1}{1480}f^{(4)}\left(\frac{t_n+t_0}{2}\right)(t_n-t_0)^4+\ldots$$

Динамические погрешности сглаживания полярных координат найдем из (8), представив разность (t_n-t_0) в виде $(n-1)\,T$ (n — число совместно обрабатываемых наблюдений; T — период наблюдений) и ограничившись первым членом ряда (8).



$\Delta r_д$
$r_x = -24000$
$r_y = 10000$
$V_x = 400$
$V_y = 0$
$n = 10$
$T = 2$
$\Delta r'$
Δr
20
16
12
8
4
0
-4
-8
-16
-20
-24
0
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
44
t_0

Рис. 1



$\Delta\beta_д$
$\Delta\beta'$
$\Delta\beta$
0,08
0,04
0
-0,04
-0,08
-0,12
-0,16
-0,2
-0,24
-0,28
0
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
44
48
t_0

Рис. 2

Ошибка оценки погрешностей при этом не превысит 15% для реальных значений параметров траектории. Тогда

$$\Delta r_\partial \approx \frac{(r-1)^3 T^3}{120} \frac{3r'(t)\, r''(t)}{r(t)}\Bigg|_{t=t_0+\frac{n-1}{2}T}; \qquad (9)$$

$$\Delta \beta_\partial \approx \frac{(n-1)^3 T^3}{120} \frac{2r''(t)\, r(t) - (r'(t))^2}{r^4(t)}\Bigg|_{t=t_0+\frac{n-1}{2}T}; \qquad (10)$$

$$r'(t) = \frac{1}{r(t)}\left[v_x(r_x + v_x t) + v_y(r_y + v_y t)\right];$$

$$r''(t) = \frac{1}{r(t)}\left[v_x^2 + v_y^2 - (r'(t))^2\right].$$

Представленные на рис. 1, 2 результаты моделирования истинных значений динамических погрешностей ($\Delta r_\partial = r(t_n) - \hat{r}_n$; $\hat{r}_n$ — оценка координаты в отсутствие погрешностей измерения) и их оценок по (9), (10) свидетельствуют о достаточно хорошей аппроксимации истинных значений погрешностей выражением (9), (10). Сравнение динамических погрешностей алгоритма оценки параметров при квадратичной модели траектории с аналогичными погрешностями алгоритма оценки параметров при линейной модели траектории [2, 3] показывает, что при одинаковом интервале сглаживания динамические погрешности в данном случае примерно на порядок меньше и не существенны. Однако статистическая погрешность при квадратичной модели траектории больше [2], поэтому выбор модели возможен только при известных дисперсиях погрешностей измерения координат.

Список литературы: 1. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике. М., Наука, 1967. 608 с. 2. *Кузьмин С. З.* Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. М., Сов. радио, 1974. 432 с. 3. *Лавринчук В. М., Хорунжий А. И.* Динамические погрешности оценки азимута цели.— Вестн. Киев. политехн. ин-та. «Радиотехника», 1978, № 15, с. 66—69. 4. *Хорунжий А. И., Лавринчук В. М.* Динамические ошибки сглаживания линейной траектории.— Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1978, № 5, с. 105—107. 5. *Эльясберг П. Е.* Определение движения по результатам измерения. М., Наука, 1976. 416 с.

V. M. Lavrinchuk

THE ESTIMATING ALGORITHM DYNAMIK ERRORS OF TRACE GIVEN BY THE SECOND POWER POLYNOM

The estimating algorithm dynamic errors functions of trace given by the second power polynow while smoothing of the location object trace are obtained.