

І. Б. ЛАЙХТМАН

### ПОХИБКИ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ НОРМОВАНИХ ЗНАЧЕНЬ ПОВНОГО ОПОРУ

Нормовані значення активної  $R_{\sim} = \frac{R}{Z_0}$  та реактивної  $X_{\sim} = \frac{X}{Z_0}$  складових повного опору можна зобразити виразами [1, 2]

$$R_{\sim} = \frac{2KBX}{1 + KBX^2 - (1 - KBX^2) \cos \varphi_0}; \quad (1)$$

$$X_{\sim} = \frac{(1 - KBX^2) \sin \varphi_0}{1 + KBX^2 - (1 - KBX^2) \cos \varphi_0},$$

де  $KBX$  — коефіцієнт біжучої хвилі в ідеальній лінії з хвильовим опором  $Z_0$ , навантаженій на опір  $\bar{Z} = R + jX$ ;

$\varphi_0$  — кут зсуву фаз коефіцієнта відбиття, який можна обчислити з допомогою виразу

$$\varphi_0 = (2\beta d_{\min} - \pi), \quad (2)$$

де  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_B}$  — фазова стала;

$d_{\min}$  — віддалення від кінця лінії (місця, де включено навантаження) або від умовного кінця лінії до першого мінімуму напруженості електричного поля, якщо рухатися до генератора [1, 2].

Оскільки залежності  $R_{\sim} = f_1(KBX, \varphi_0)$  та  $X_{\sim} = f_2(KBX, \varphi_0)$  мають складний характер, частинні похибки при визначенні цих величин, обумовлені неточністю вимірювання  $KBX$  та  $\varphi_0$ , так само мають складний характер. Тому цікаво знати ці залежності.

Розглянемо спочатку частинну відносну похибку при визначенні  $R_{\sim}$ , обумовлену помилкою при вимірюванні  $KBX$ . На підставі формули для визначення похибки при непрямих вимірюваннях

$$\left( \frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}} \right)_{KBX} = \pm \frac{\partial R_{\sim}}{\partial KBX} \cdot \frac{1}{R_{\sim}} \cdot \Delta KBX$$

знаходимо вираз, що нас цікавить,

$$\left( \frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}} \right)_{KBX} = \pm \frac{[1 - KBX^2 - (1 + KBX^2) \cos \varphi_0]}{[1 + KBX^2 - (1 - KBX^2) \cos \varphi_0]} \cdot \frac{\Delta KBX}{KBX} \quad (3)$$

Графіки похибок  $\left( \frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}} \right)_{KBX}$  від величин  $KBX$ , побудовані за формулою (3) для кількох значень  $\varphi_0$  ( $\cos \varphi_0$ ), наведені на рис. 1. На осі ординат відкладено значення множника при  $\frac{\Delta KBX}{KBX}$ .

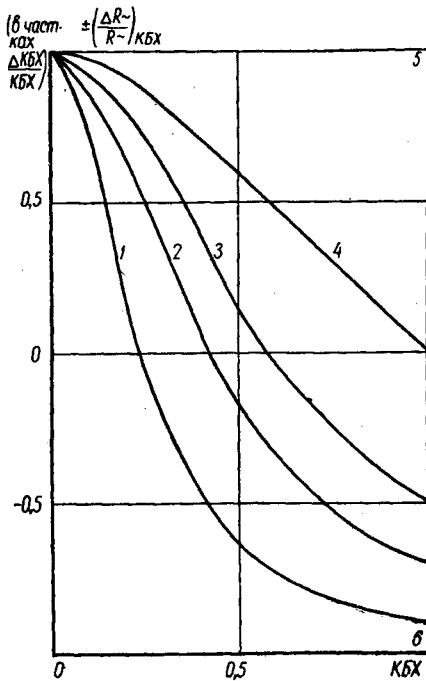


Рис. 1. Графіки похибок  $\left( \frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}} \right)_{KBX}$  залежно від  $KBX$  для кількох значень  $\varphi_0$ :

1 —  $\varphi_0 = 26^\circ$  ( $\cos \varphi_0 = 0,9$ ); 2 —  $\varphi_0 = 45^\circ$  ( $\cos \varphi_0 = 0,7$ ); 3 —  $\varphi_0 = 60^\circ$  ( $\cos \varphi_0 = 0,5$ ); 4 —  $\varphi_0 = 90^\circ$ ; 5 —  $\varphi_0 = 180^\circ$ ; 6 —  $\varphi_0 = 0$ .

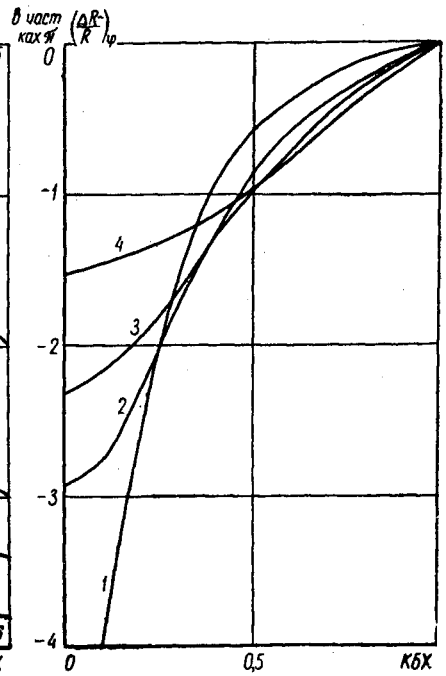


Рис. 2. Графіки похибок  $\left( \frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}} \right)_{KBX}$  залежно від  $KBX$  для кількох значень  $\varphi_0$ :

1 —  $\varphi_0 = 26^\circ$ ; 2 —  $\varphi_0 = 45^\circ$ ; 3 —  $\varphi_0 = 60^\circ$ ; 4 —  $\varphi_0 = 90^\circ$ .

Якщо навантаження цілком активне, фазовий кут  $\varphi^0 = 0; \pm 180^\circ$   
 $\left( \frac{d_{\min}}{\lambda_B} = 0,25 \text{ при } \frac{R}{Z_0} > 1 \text{ та } \frac{d_{\min}}{\lambda_B} = 0 \text{ або } 0,5 \text{ при } \frac{R}{Z_0} < 1 \right)$ .

У цьому випадку множник при  $\frac{\Delta KБХ}{КБХ}$  незалежно від значення  $КБХ$  дорівнює 1, тобто одержуємо відому формулу для цілком активних навантажень

$$\left(\frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}}\right)_{КБХ} = \pm \frac{\Delta KБХ}{КБХ}.$$

Аналогічно знаходимо відносну похибку нормованого значення активної складової повного опору, обумовлену помилкою при вимірюванні  $\varphi_0$ . Користуючись виразом (2) та зображуючи  $\varphi_0$  через експериментально знайдені величини  $\frac{\Delta d_{\text{мін}}}{d_{\text{мін}}}$  та  $\frac{\Delta \lambda_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}}$ , знаходимо

$$\left(\frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}}\right)_{\varphi} = \pm 2\beta d_{\text{мін}} \cdot \frac{(КБХ^2 - 1) \sin \varphi_0}{[1 + КБХ^2 - (1 - КБХ^2) \cos \varphi_0]} \times \left[ \frac{\Delta d_{\text{мін}}}{d_{\text{мін}}} + \frac{\Delta \lambda_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}} \right]. \quad (4)$$

Графіки похибок  $\left(\frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}}\right)_{\varphi}$  залежно від  $КБХ$ , побудовані за формулою (4), наведені на рис. 2. По осі ординат відкладено значення множника при  $\left[ \frac{\Delta d_{\text{мін}}}{d_{\text{мін}}} + \frac{\Delta \lambda_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}} \right]$  у частках л. Для цілком активних навантажень похибка  $\left(\frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}}\right)_{\varphi}$  теоретично дорівнює нулю.

Для частинних похибок  $\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{КБХ}$  і  $\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{\varphi}$  знайдені вирази

$$\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{КБХ} = \mp \frac{4КБХ^2}{(1 - КБХ^2)[1 + КБХ^2 - (1 - КБХ^2) \cos \varphi_0]} \cdot \frac{\Delta КБХ}{КБХ}; \quad (5)$$

$$\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{\varphi} = \pm 2\beta d_{\text{мін}} \frac{\cos \varphi_0 (1 - КБХ^4) - (1 + КБХ^4) + 2КБХ^2}{(1 - КБХ^2)[1 + КБХ^2 - (1 - КБХ^2) \cos \varphi_0] \sin \varphi_0} \times \left[ \frac{\Delta d_{\text{мін}}}{d_{\text{мін}}} + \frac{\Delta \lambda_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}} \right]. \quad (6)$$

На рис. 3 наведені графіки похибки  $\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{КБХ}$  залежно від  $КБХ$ , побудовані за формулою (5). При  $КБХ = 1$  похибка прямує до нескінченності ( $X_{\sim} \rightarrow 0$ ).

На рис. 4 наведені графіки похибки  $\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{\varphi}$  залежно від  $КБХ$ , побудовані за формулою (6). Для випадку цілком активного навантаження та в окремому випадку при  $КБХ = 1$  похибка прямує до нескінченності.

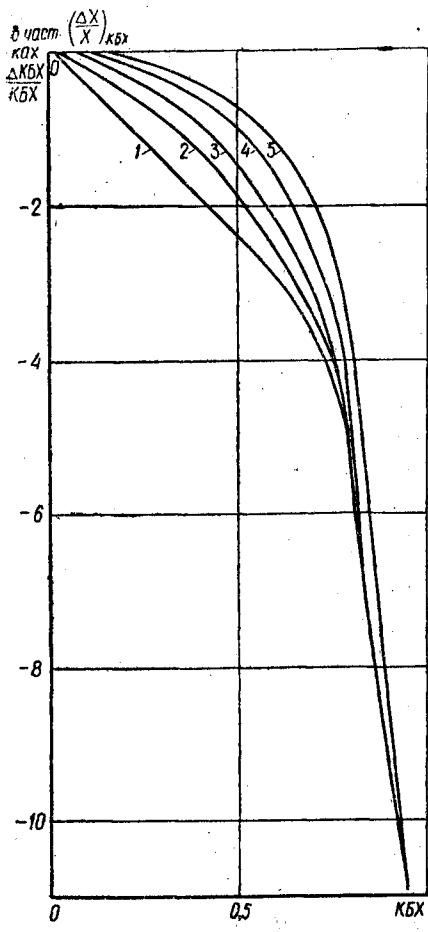


Рис. 3. Графіки похибок  $\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{КБХ}$  залежно від  $КБХ$  для кількох значень  $\varphi_0$ :  
 1 -  $\varphi_0 = 26^\circ$ ; 2 -  $\varphi_0 = 45^\circ$ ; 3 -  $\varphi_0 = 60^\circ$ ;  
 4 -  $\varphi_0 = 90^\circ$ ; 5 -  $\varphi_0 = 180^\circ$ .

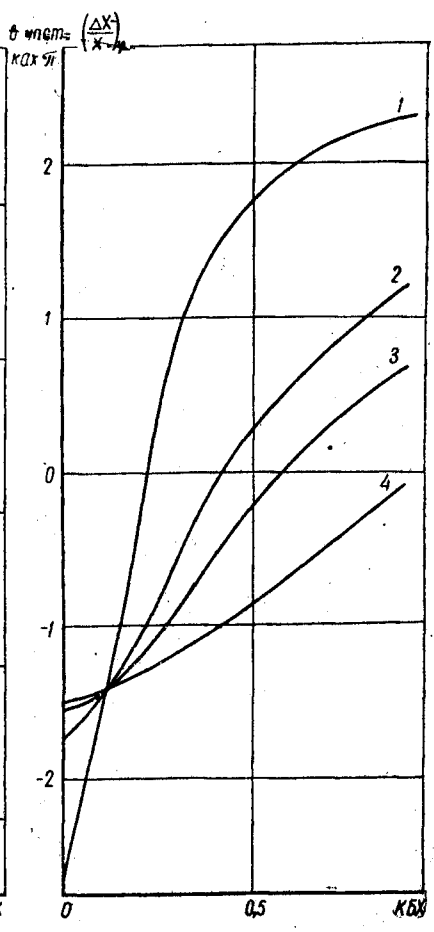


Рис. 4. Графіки похибок  $\left(\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}\right)_{\varphi}$  залежно від  $КБХ$  для кількох значень  $\varphi_0$ :  
 1 -  $\varphi_0 = 26^\circ$ ; 2 -  $\varphi_0 = 45^\circ$ ; 3 -  $\varphi_0 = 60^\circ$ ;  
 4 -  $\varphi_0 = 90^\circ$ .

Одержані вирази та графіки, що визначають частинні похибки повного опору, дозволяють кількісно оцінити точність визначення повного опору за даними вимірювання  $КБХ$ ,  $d_{\min}$  та  $\lambda_B$  за допомогою вимірювальної лінії, а також скласти уяву відносно доцільності перерахунку  $\frac{\Delta КБХ}{КБХ}$ ,  $\frac{\Delta d_{\min}}{d_{\min}}$ ,  $\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B}$  в  $\frac{\Delta R_{\sim}}{R_{\sim}}$  та  $\frac{\Delta X_{\sim}}{X_{\sim}}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Измерения на сверхвысоких частотах. Пер. с англ. под ред. В. Б. Штейншлейгера, «Советское радио», 1949.
2. Бова Н. Т., Лайхтман И. Б., Измерение параметров волноводных элементов, К., Гостехиздат, 1964.

I. B. LAIKHTMAN

### THE ERRORS IN CALCULATION OF NORMALIZED IMPEDANCE

#### S u m m a r y

This article deals with the problem of errors in calculation of normalized impedance because of the unaccuracy in measuring voltage standing wave ratio  $VSWR$ , wave length  $\lambda$  and displacement of minimum electrical field strength along the line  $d_{min}$  in using the slot line.

The derived expressions and diagrams give the possibility to determine the limits of use of recalculating the errors of some parametrs ( $\Delta VSWR$ ,  $\Delta\lambda$ ,  $\Delta d_{min}$ ) in the errors of other  $\left(\frac{\Delta R}{R}, \frac{\Delta X}{X}\right)$  ones.