Н. П. ВОЛЛЕРНЕР, Р. М. ТЕРЕЩУК

ВПЛИВ ВИПАДКОВОГО ГАУСОВОГО ПРОЦЕСУ НА СЕЛЕКТИВНУ СИСТЕМУ ГЕТЕРОДИННОГО АНАЛІЗАТОРА СПЕКТРА

Вплив на селективну систему гармонічного коливання, частота якого лінійно змінюється, вивчався в багатьох роботах [1—5]. Результати їх використовують, наприклад, для визначення дозволеної швидкості зміни частоти в гетеродинних аналізаторах спектра. У роботі [6] визначено мінімальний час аналізу випадкових процесів, виходячи з дозволеної статистичної похибки.

У цій роботі вивчається вплив випадкових процесів на селективну систему гетеродинного аналізатора спектра (рис. 1).

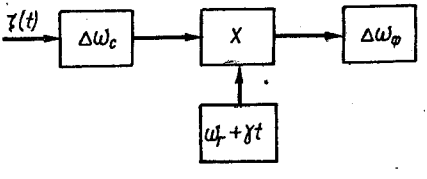

Рис. 1. Спрощена функціональна схема аналізатора спектра.

Вхід аналізатора збуджується стаціонарним випадковим процесом $\xi(t)$ з постійною спектральною густиною в смузі частот вхідного фільтра $\Delta\omega_c$. Вхідний фільтр має прямокутну частотну характеристику і середню кутову частоту ω_c.

Коефіцієнт передачі фільтра

$$K_{вх}(\omega) = 1 \text{ при } \omega_c - \frac{\Delta\omega_c}{2} < \omega < \omega_c + \frac{\Delta\omega_c}{2}; \qquad (1)$$

$$K_{вх}(\omega) = 0 \text{ при інших значеннях } \omega.$$

Після частотного змішувача ввімкнута селективна система (фільтр аналізатора) з смугою $\Delta\omega_ф \ll \Delta\omega_c$ і середньою кутовою частотою $\omega_ф$.

Якщо кутова частота гетеродина $\omega_г = \omega_c + \omega_ф$, то середня потужність на виході фільтра аналізатора

$$P = \frac{\sigma^2 U_m^2}{4} \cdot \frac{\Delta F_ф}{\Delta F_c}, \qquad (2)$$

де σ — ефективне значення сигналу на вході змішувача; U_m — амплітуда напруги гетеродина; ΔF_ϕ — інтегральна смуга вихідного фільтра; $\Delta F_c = \frac{\Delta\omega_c}{2\pi} \geqslant \Delta F_\phi$.

Знайдемо потужність на виході фільтра аналізатора ($\Delta\omega_\phi$) при змінній частоті гетеродина. Миттєве значення частоти гетеродина ω на інтервалі T

$$\omega = \omega_r + \Delta\omega_r \frac{t}{T} = \omega_r + \gamma t, \tag{3}$$

де ω_r — середня частота гетеродина; $\Delta\omega_r$ — максимальна зміна частоти гетеродина за час T; γ — швидкість зміни частоти. Напруга гетеродина

$$u = U_m \cos\left(\omega_r t + \frac{\gamma t^2}{2}\right). \tag{4}$$

Напруга на виході змішувача дорівнює добутку напруги гетеродина та сигналу, тому кореляційна функція напруги на вході фільтра аналізатора [7]

$$R(\tau) = \overline{\xi\xi_\tau} \cdot \widetilde{uu_\tau}. \tag{5}$$

Середня потужність на виході фільтра аналізатора

$$P_{\text{сер}} = \int_0^\infty G(\omega)\,|K(\omega)|^2 d\omega, \tag{6}$$

де $|K(\omega)|$ — модуль частотно-фазової характеристики фільтра;
$G(\omega)$ — енергетичний спектр на вході фільтра

$$G(\omega) = \frac{2}{\pi}\int_0^T R(\tau)\cos\omega\tau d\tau. \tag{7}$$

Підставивши (7) у (6), знайдемо

$$P_{\text{сер}} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty\int_0^T |K(\omega)|^2 R(\tau)\cos\omega\tau d\omega d\tau =$$

$$= \frac{2}{\pi}\int_0^T R(\tau)\,d\tau \int_0^\infty |K(\omega)|^2 \cos\omega\tau d\omega. \tag{8}$$

Беручи до уваги (1), одержимо

$$\overline{\xi\xi_\tau} = \sigma^2 \frac{\sin\frac{\Delta\omega_c\tau}{2}}{\frac{\Delta\omega_c\tau}{2}} \cos\omega_c\tau. \tag{9}$$

Використавши (4), знайдемо

$$\widetilde{uu}_\tau = \frac{U_m^2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}-\tau} \cos\left(\omega_r t + \frac{\gamma t^2}{2}\right) \cos\left[\omega_r (t+\tau) + \frac{\gamma}{2}(t+\tau)^2\right] dt;$$

якщо $2\omega_r + \gamma T \gg \gamma T$ та $2\omega_r \gg \frac{1}{T}$, то

$$\widetilde{uu}_\tau \approx \frac{U_m^2}{\gamma\tau T} \sin\frac{\gamma\tau T}{2}\left(1 - \frac{\tau}{T}\right)\cos\omega_r t. \qquad (10)$$

Підставивши (9) і (10) у (5), знайдемо

$$R(\tau) = \frac{\sigma^2 U_m^2}{2} \cdot \frac{\sin\frac{\Delta\omega_c\tau}{2}}{\frac{\Delta\omega_c\tau}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{\Delta\omega_r\tau}{2}\left(1-\frac{\tau}{T}\right)}{\frac{\Delta\omega_r\tau}{2}} \cdot \cos\omega_c\tau \cdot \cos\omega_r\tau. \qquad (11)$$

Підставивши (11) у (8), одержимо

$$P_{сер} = \frac{\sigma^2 U_m^2}{\pi} \int_0^T J_1 \cdot \frac{\sin\frac{\Delta\omega_c\tau}{2}}{\frac{\Delta\omega_c\tau}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{\Delta\omega_r\tau}{2}\left(1-\frac{\tau}{T}\right)}{\frac{\Delta\omega_r\tau}{2}} \cdot \cos\omega_r\tau \cos\omega_c d\tau, \qquad (12)$$

де

$$J_1 = \int_0^\infty |K(\omega)|^2 \cos\omega\tau d\omega.$$

Обчислимо інтеграл J_1 для двох апроксимацій характеристик фільтра аналізатора — прямокутної та гаусової.

Гаусова характеристика

$$|K(\omega)| = \exp\left[-\left(\frac{\omega-\omega_\phi}{\beta_\phi}\right)^2\right],$$

де $\beta_\phi = \sqrt{8\pi}\cdot\Delta F_\phi$; ΔF_ϕ — інтегральна смуга фільтра аналізатора; ω_ϕ — середня кутова частота фільтра.

Змінюючи $\omega - \omega_\phi = x$, одержимо

$$J_1' = \int_{-\omega_\phi}^\infty \exp\left(\frac{-2x^2}{\beta_\phi^2}\right)\cos(\omega_\phi + x)\tau dx \approx 2\pi\Delta F_\phi \exp\left[-\pi(\Delta F_\phi\tau)^2\right]\cos\omega_\phi\tau.$$

Прямокутна характеристика

$K(\omega) = 1$ при $\omega_1 < \omega < \omega_2$ і $K(\omega) = 0$ при інших значеннях ω;

$$J_1'' = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos\omega\tau d\omega = 2\pi\Delta F_\phi \frac{\sin\frac{\Delta\omega_\phi\tau}{2}}{\frac{\Delta\omega_\phi\tau}{2}}\cos\omega_\phi\tau,$$

де

$$\Delta F_{\phi} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}, \quad \omega_{\phi} = 0{,}5\,(\omega_2 + \omega_1).$$

Підставивши результат обчислення інтегралів J_1' та J_1'' у (12), знайдемо: для фільтра з гаусовою характеристикою

$$P_{\text{сер}} = 2\sigma^2 U_m^2 \Delta F_{\phi} \int_0^T e^{-\pi(\Delta F_{\phi}\tau)^2} \cdot \frac{\sin \pi \Delta F_c \tau}{\pi \Delta F_c \tau} \times$$

$$\times \frac{\sin \pi \Delta f_r \tau \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)}{\pi \Delta f_r \tau} \cos \omega_{\phi}\tau \cos \omega_c \tau \cos \omega_r \tau d\tau; \qquad (13)$$

для фільтра з прямокутною характеристикою

$$P_{\text{сер}} = 2\sigma^2 U_m^2 \Delta F_{\phi} \int_0^T \frac{\sin \pi \Delta F_{\phi}\tau}{\pi \Delta F_{\phi}\tau} \cdot \frac{\sin \pi \Delta F_c \tau}{\pi \Delta F_c \tau} \times$$

$$\times \frac{\sin \pi \Delta f_r \tau \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)}{\pi \Delta f_r \tau} \cdot \cos \omega_{\phi}\tau \cdot \cos \omega_c \tau \cdot \cos \omega_r \tau d\tau. \qquad (14)$$

Підінтегральні функції у (13) і (14) відрізняються тільки першим множником.

Перетворимо добуток косинусів у (13) і (14), враховуючи, що $\omega_r - \omega_c = \omega_{\phi}$,

$$\cos \omega_{\phi}\tau \cdot \cos \omega_c \tau \cdot \cos \omega_r \tau =$$

$$= \frac{1}{4}\left[1 + \cos 2\omega_{\phi}\tau + \cos 2\omega_c \tau + \cos (\omega_r + \omega_c + \omega_{\phi})\,\tau\right].$$

Таким чином, вирази для $P_{\text{сер}}$ мають по 4 інтеграли, причому трьома останніми можна знехтувати, якщо $\omega_{\phi} \gg \frac{1}{T}$ та $\omega_c \gg \frac{1}{T}$. Тоді для гаусової характеристики фільтра аналізатора співвідношення середньої потужності та потужності при постійній частоті гетеродина має вигляд

$$K_r = \frac{P_{\text{сер}}}{P} = 2\Delta F_c \int_0^T \exp\left[-\pi\,(\Delta F_{\phi}\tau)^2\right] \frac{\sin \pi \Delta F_c \tau}{\pi \Delta F_c \tau} \times$$

$$\times \frac{\sin \pi \Delta f_r \tau \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)}{\pi \Delta f_r \tau} d\tau = 2\Delta F_c J_2'.$$

Таким же чином можна знайти для прямокутної характеристики фільтра аналізатора

$$K_{\text{п}} = 2\Delta F_c \int_0^T \frac{\sin \pi \Delta F_{\phi}\tau}{\pi \Delta F_{\phi}\tau} \cdot \frac{\sin \pi \Delta F_c \tau}{\pi \Delta F_c \tau} \cdot \frac{\sin \pi \Delta f_r \tau \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)}{\pi \Delta f_r \tau} d\tau = 2\Delta F_c J_2''.$$

Інтеграли J_2' та J_2'' були обчислені на ЕЦОМ для двох варіантів. Для першого варіанта $\Delta f_г = \Delta F_с$ змінною величиною був період зміни частоти T з відношенням $\frac{\Delta F_с}{\Delta F_ф}$ як параметр. Залежність $K_п$ від $\mu = \frac{\sqrt{\gamma}}{\Delta F_ф}$ показана на рис. 2. Значення $K_г$ практично не відрізняються від $K_п$.

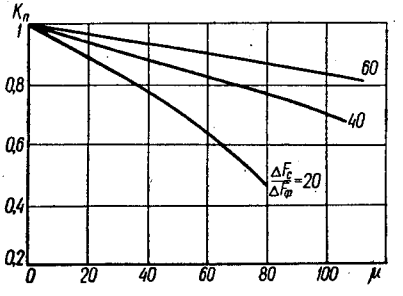

Рис. 2. Графік залежності коефіцієнта $K_п$ від параметра μ при $\Delta f_г = \Delta F_с \gg \Delta F_ф$.

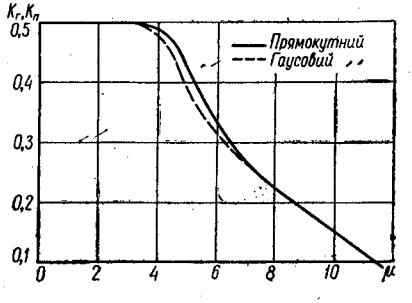

Рис. 3. Графік залежності коефіцієнтів $K_п$ і $K_г$ від параметра μ при $\Delta f_г = 2\Delta F_с = 2\ \Delta F_ф$.

Зниження середньої потужності на виході фільтра аналізатора при збільшенні μ починається тим раніше, чим менше відношення $\frac{\Delta F_с}{\Delta F_ф}$. Якщо прийняти допустиме зниження потужності 5%, то при $\frac{\Delta F_с}{\Delta F_ф} = 20$ допустиме значення $\mu_{доп} = 10$. Це набагато більше, ніж відповідне значення для гармонічних коливань [2, 4].

Для другого варіанта $\Delta f_г = 2\Delta F_с = 2\Delta F_ф$ змінною величиною був період зміни частоти T. Залежність $K_г$ та $K_п$ від μ показана на рис. 3. Зниженню середньої потужності на 5% відповідає $\mu \approx 4$, це також більше, ніж при гармонічних коливаннях.

Результати другого варіанта корисні при визначенні допустимої швидкості зміни частоти гетеродина при спектральному аналізі випадкових процесів з різкими порушеннями монотонності спектра.

Похибка спектрального аналізу, обумовлена зміною частоти настройки гетеродинного аналізатора, для стаціонарних випадкових процесів (при осередненні по ансамблю) значно менша, ніж при аналізі періодичних коливань. Якщо осереднення по ансамблю за умовами досліджень неможливе, то час аналізу (швидкість зміни частоти) слід вибирати, виходячи з допустимої статистичної похибки [6].

ЛІТЕРАТУРА

1. Турбович И. Т., О погрешности измерения частотных характеристик методом частотной модуляции, Радиотехника, 1954, № 2.

2. Хлытчиев С. М., Воздействие напряжения с линейно-изменяющейся частотой на линейные системы, Радиотехника, 1956, № 1.

3. Терпугов В. Н., К расчету разрешающей способности автоматических анализаторов частот, Радиотехника и электроника, 1957, т. II, вып. 6.
4. Гаткин Н. Г., Устанавливающиеся процессы в избирательных системах под действием напряжения меняющейся частоты, Труды секции радиосвязи, радиовещания и телевидения, вып. II, 1958.
5. Урьев Н. И., Об оптимальной полосе анализаторов спектра, Радиотехника, 1960, т. 15, № 10.
6. Zukerman L. G., Application of a spectrum analyser for use with random functions. IRE Transactions on Instrumentation, vol. I—10, June 1961, pp. 37—43.
7. Бунимович В. И., Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, «Советское радио», 1951.

N. P. WOLLERNER, R. M. TERESHCHUK

RANDOM GAUSSIAN PROCESS EFFECT UPON SELECTIVE SYSTEM OF SPECTRA HETERODYNE ANALYZER

Summary

The formula is obtained that describe mean power changing the selective system output by changing speed tuning of the spectra heterodyne analyzer when searching random stationary processes.