

В. Г. КРИКСУНОВ, Є. І. СІКОРСЬКИЙ

## ПРО ВПЛИВ КОЕФІЦІЕНТІВ ПРЯМОКУТНОСТІ АНАЛІЗУЮЧИХ ФІЛЬТРІВ НА ВИДІЛЕННЯ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ З ШУМІВ

### Загальні зауваження

Розглядаються деякі типи  $LC$ - та  $RC$ -аналізуючих фільтрів та визначається залежність від коефіцієнтів прямокутності параметра

$$q = \frac{p_c/p_{ш2}}{p_c/p_{ш1}}, \quad (1)$$

де  $p_c/p_{ш1}$  — відношення потужностей сигналів і шуму на виході фільтра в смузї його пропускання (за рівнем 0,7);

$p_c/p_{ш2}$  — відношення потужностей сигналу і шуму на виході фільтра в широкій смузї частот.

Значення  $p_{ш1}$  та  $p_{ш2}$  обчислюють за відомим співвідношенням [1]

$$p_{ш} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} G(\omega) [K(j\omega)]^2 d\omega, \quad (2)$$

де  $G(\omega)$  — густина енергетичного спектра шумів на виході фільтра;  
 $[K(j\omega)]$  — модуль коефіцієнта передачі фільтра;

$\omega_1; \omega_2$  — граничні колові частоти, в межах яких обчислюється  $p_{ш}$ .

Шуми, що діють на вході фільтра, приймаються стаціонарними з енергетичним рівномірним спектром  $G(\omega) = A$  або змінні у широких межах за законом  $G(\omega) = B/\omega^2$ .

### Аналізуючий фільтр з $n$ слабо зв'язаних $LC$ -контурів

Коефіцієнт передачі такого фільтра описується рівнянням [2]

$$K(a) = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{a^2 - 1}{ad_e} \right)^2}} \right]^n \quad (3)$$

де  $a = \frac{\omega}{\omega_0}$ ;  $d_e$  — затухання контурів, залежне від  $n$ . При підстановці (3) в (2) виникають дуже складні обчислення. Для їх спрощення введемо кускову апроксимацію (3) і зробимо обчислення у відповідних межах.

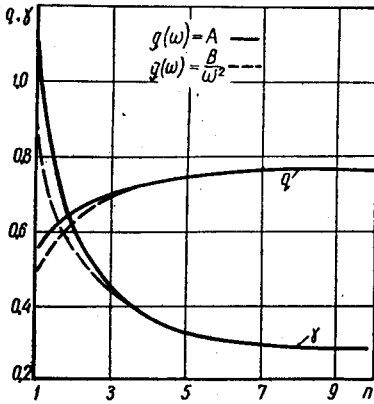


Рис. 1. Залежність параметрів  $q$  і  $\gamma$  від  $K_{n,0,1}$ ,  $K_{n,0,01}$  і  $n$  для фільтра з слабопов'язаних LC-контурів.

Так, у межах від  $a = 0,5$  до  $a = 1,5$

$$K(a) \approx \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \left[ \frac{a-1}{d_e} \right]^2}} \right]^n; \quad (4)$$

в межах  $a=0 \div 0,5$  та  $a=1,5 \div \infty$

$$K(a) \approx \left( \frac{ad_e}{a^2 - 1} \right)^n. \quad (5)$$

Похибка апроксимації не перевищує 5%.

Підставляючи (4) і (5) у (2), після простих перетворень одержуємо при  $G(\omega) = A$

$$p_{ш1} = Ad_e^{2n} \int_{1-\delta/2}^{1+\delta/2} \frac{da}{[d_e^2 + 4(a-1)^2]^n}, \quad (6)$$

де  $\delta$  = еквівалентне затухання фільтра,

$$p_{ш2} = Ad_e^{2n} \left\{ \int_0^{0,5} \frac{a^{2n} da}{(a^2 - 1)^{2n}} + \int_{0,5}^{1,5} \frac{da}{[d_e^2 + 4(a-1)^2]^n} + \int_{1,5}^{\infty} \frac{a^{2n} da}{(a^2 - 1)^{2n}} \right\}. \quad (7)$$

При  $G(\omega) = B/\omega^2$  одержуємо

$$p_{ш1} = \frac{Bd_e^{2n}}{\omega_0} \int_{1-\delta/2}^{1+\delta/2} \frac{da}{a^2 [d_e^2 + 4(a-1)^2]^n}; \quad (8)$$

$$p_{ш2} = \frac{Bd_e^{2n}}{\omega_0} \left\{ \int_0^{0,5} \frac{a^{2n-2} da}{(a^2 - 1)^{2n}} + \int_{0,5}^{1,5} \frac{da}{a^2 [d_e^2 + 4(a-1)^2]^n} + \int_{1,5}^{\infty} \frac{a^{2n-2} da}{(a^2 - 1)^{2n}} \right\}. \quad (9)$$

На підставі обчислень, виконаних за рівняннями (6) — (9), одержані криві (рис. 1), що показують залежність  $q$  та  $\gamma$  від коефіцієнтів прямокутності фільтрів по рівнях 0,1 та 0,01  $\left( K_{n,0,1} = \frac{\Delta\omega_{0,1}}{\Delta\omega_{0,7}}; K_{n,0,01} = \frac{\Delta\omega_{0,01}}{\Delta\omega_{0,7}} \right)$ , наведених у табл. 1.

Таблиця 1

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{n0,1}$	10	4,8	3,75	3,4	3,2	3,1	3,0	2,94	2,92	2,9
$K_{n0,0,1}$	100	16	9	7	6,1	5,6	5,1	4,9	4,7	4,65

Коефіцієнт

$$\gamma = \frac{P_{ш2} - P_{ш1}}{P_{ш1}} \quad (10)$$

показує відношення потужності шумів на виході фільтра, що діють за межами смуги пропускання, до потужності шумів у смузі пропускання.

### Аналізуюча система з $n$ настроєних на одну частоту активних $RC$ -фільтрів типу $T$ -паралель

Частотна характеристика розглядуваної системи описується рівнянням [3]

$$K(a) = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{K_e^2 + 2K_e}{1 + \left(\frac{4a}{a^2 - 1}\right)^2}}} \right]^n, \quad (11)$$

де  $K_e$  — коефіцієнт підсилення складових фільтрів, при якому смуга пропускання системи не залежить від  $n$ . Для спрощення викладок застосуємо кускову апроксимацію  $K(a)$ .

У діапазоні частот від  $a=0,5$  до  $a=1,5$  частотні характеристики складових фільтрів практично збігаються з резонансною характеристикою  $LC$ -контура, тому для вказаного діапазону частот справедливі рівняння (4), (6), (8).

На ділянці частот від  $a = 0$  до  $a = 0,5$  при  $d_e \leq 0,2$

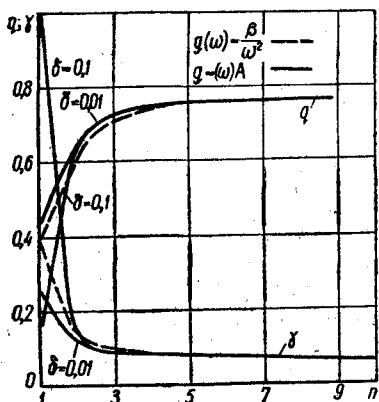
$$K(a) \approx \left[ \frac{\sqrt{14a^2 + 1}}{K_e} \right]^n. \quad (12)$$

На ділянках частот  $a = 1,5$  до  $a \rightarrow \infty$

$$K(a) \approx \left[ \frac{\sqrt{a^2 + 14}}{K_e a} \right]^n. \quad (13)$$

Похибки апроксимації, обумовлені застосуванням наближених формул (12) і (13), не перевищують 5%. Якщо  $G(\omega) = A$  при  $a \rightarrow \infty$ , інтеграл (2) не збігається, тому що  $K(a) \rightarrow \left(\frac{1}{K_e}\right)^n$ , а у випадку  $G(\omega) =$

$= B/\omega^2$  при  $a \rightarrow 0$  інтеграл (2) теж не збігається, тому що  $G(\omega) \rightarrow \infty$ . Практично при  $d_e \leq 0,2$  та  $n \geq 2$  інтенсивність перешкод на виході фільтра в області частот, близьких до нуля, і в смугі частот, що відпо-



відують великому розстроюванню, незначна. Тому результати обчислень зміняться дуже мало, якщо прийняти межі інтегрування від  $a = 0,18$  до  $a = 0,5$  при підстановці в (2) співвідношення (12) та від  $a = 0,5$  до  $a = 500$  при використанні рівняння (13).

Рис. 2. Залежність параметрів  $q$  і  $\gamma$  від  $K_{п0,1}$ ,  $K_{п0,01}$  і  $n$  для системи з  $n$  настроєних активних RC-фільтрів типу T-паралель при різних коефіцієнтах підсилення  $K_e$ .

Таким чином, у випадку  $G(\omega) = A$

$$p_{ш2} = Ad_e^{2n} \left\{ \int_0^{0,5} (14a^2 + 1) da + 4^{2n} \int_{0,5}^{1,5} \frac{da}{[16d_e^2 + 4(a-1)^2]^n} + \int_{1,5}^{500} \frac{a^2 + 14}{a^2} da \right\}. \quad (14)$$

Якщо густина енергетичного спектра змінюється за законом  $G(\omega) = B/\omega^2$ , одержимо

$$p_{ш2} = \frac{Bd_e^{2n}}{\omega_0} \left\{ \int_{0,18}^{0,5} \frac{(14a^2 + 1)}{a^2} da + 4^{2n} \int_{0,5}^{1,5} \frac{da}{a^2 [d_e^2 + 4(a-1)^2]^n} + \int_{1,5}^{\infty} \frac{(a^2 + 14)}{a^{2n+2}} da \right\}. \quad (15)$$

Таблиця 2

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{п0,1} (K = 40)$	10,2	5,2	3,8	3,4	3,2	3,1	3,0	2,94	2,92	2,9
$K_{п0,1} (K = 100)$	10	4,8	3,75	3,4	3,2	3,1	3,0	2,94	2,92	2,9
$K_{п0,01} (K = 100)$		16	9	7	6,1	5,6	5,1	4,9	4,7	4,7
$K_{п0,01} (K = 200)$	115	16	9	7	6,1	5,6	5,1	4,9	4,7	4,7

На підставі розрахунків, виконаних за рівняннями (6), (8), (14) та (15), одержані графіки (рис. 2), що показують залежність  $q$  і  $\gamma$  від  $K_{п0,1}$  і  $K_{п0,01}$  для розглядуваного фільтра (табл. 2).

### Аналізуючий фільтр з $n$ пар критично зв'язаних $LC$ -контурів, що настроєні в резонанс

Рівняння коефіцієнта передачі фільтра [2]

$$K(a) = \left[ \frac{2}{\sqrt{4 + \left(\frac{a^2 - 1}{ad_e}\right)^4}} \right]^n. \quad (16)$$

На ділянці частот від  $a = 0,5$  до  $a = 1,5$  з відносно невеликою похибкою

$$K(a) \approx \left\{ \frac{2}{4 + \left| \frac{2(a-1)}{d_e} \right|^4} \right\}^n, \quad (17)$$

на ділянках від  $a = 0$  до  $a = 0,5$  та від  $a = 1,5$  до  $a \rightarrow \infty$

$$K(a) \approx \left[ \frac{2}{\left(\frac{a^2 - 1}{ad_e}\right)^2} \right]^n. \quad (18)$$

Після підстановки (17) і (18) в (2) та нескладних перетворень знайдемо при  $G(\omega) = A$

$$p_{ш1} = \frac{A d_e^{4n}}{4^n} \int_{1-\delta/2}^{1+\delta/2} \frac{da}{\left[ \frac{d_e^4}{4} + (a-1)^4 \right]^n}; \quad (19)$$

$$p_{ш2} = A 4^n d_e^{4n} \left\{ \int_0^{0,5} \frac{a^{4n} da}{(a^2 - 1)^{4n}} + \frac{1}{4^{2n}} \int_{0,5}^{1,5} \frac{da}{\left[ \frac{d_e^2}{4} + (a-1)^4 \right]^n} + \int_{1,5}^{\infty} \frac{a^{4n} da}{(a^2 - 1)^{4n}} \right\}. \quad (20)$$

Якщо  $G(\omega) = B/\omega^2$ ,

$$p_{ш1} = \frac{B d_e^{4n}}{\omega_0^4 4^n} \int_{1-\delta/2}^{1+\delta/2} \frac{da}{a^2 \left[ \frac{d_e^4}{4} + (a-1)^4 \right]^n}; \quad (21)$$

$$p_{ш2} = \frac{B^4 d_e^{4n}}{\omega_0} \left\{ \int_0^{0,5} \frac{a^{4n} da}{a^2 (a^2 - 1)^{4n}} + \frac{1}{4^{2n}} \int_{0,5}^{1,5} \frac{da}{\left[ \frac{d_e^4}{4} + (a-1)^4 \right]^n} + \int_{1,5}^{\infty} \frac{a^{4n} da}{a^2 (a^2 - 1)^{4n}} \right\}. \quad (22)$$

Розрахунки, виконані за формулами (19) — (22), дозволяють побудувати графіки, показані на рис. 3.

Для даного фільтра значення  $q$  і  $\gamma$  практично збігаються для обох прийнятих законів зміни  $G(\omega)$ .

Дослідження аналізуючої системи з  $n$  пар критично розстроєних активних  $RC$ -фільтрів типу  $T$ -паралель [3] показало, що результати розрахунків з достатньою для практичних цілей точністю збігаються з даними, одержаними для системи з  $n$  пар критично пов'язаних  $LC$ -контурів, настроєних в резонанс.

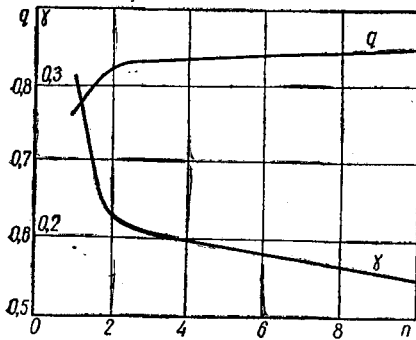


Рис. 3. Залежність параметрів  $q$  і  $\gamma$  від  $K_{п0,1}$ ,  $K_{п0,01}$  і  $n$  для фільтра з  $n$  пар критично пов'язаних  $LC$ -контурів, настроєних в резонанс.

Таблиця 3

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{п0,1}$	3,2	2,2	1,95	1,85	1,78	1,76	1,72	1,72	1,74	1,71
$K_{п0,01}$	10	4,0	3,0	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2	2,17	2,16

## Висновки

При застосуванні  $n$ -контурної системи із слабким зв'язком для виділення гармонічного коливання із шумів доцільно виконувати аналізуючі фільтри з коефіцієнтами прямокутності  $K_{п0,1} \leq 3$ ,  $K_{п0,01} \leq 5$ , тобто не слід застосовувати фільтри з  $n \geq 6$ . При  $n \geq 2$   $RC$ - і  $LC$ -фільтри для виявлення гармонічного коливання на фоні шумів практично рівноцінні. У випадку застосування одноконтурного фільтра  $LC$ -система більш придатна.

Аналізуючий фільтр, складений з попарно критично пов'язаних або розстроєних  $LC$ - і  $RC$ -контурів, дає кращі результати, ніж інші розглянуті фільтри.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бунимович В. И., Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, «Советское радио», 1951.
2. Волин М. Л., Усилители промежуточной частоты, «Советское радио», 1956.
3. Гуткин Л. С., Анализ избирательных цепей  $R$  и  $C$ . ЖТФ, 1945, 15, вып. 10.
4. Криксунов В. Г., Автоматические анализаторы спектров электрических сигналов, «Техника», 1965.

*V. G. KRYKSUNOV, E. I. SYKORSKY*

#### ABOUT CONNECTION OF RECTANGULAR COEFFICIENTS OF ANALYSING FILTERS WITH DETECTION OF THE SINUSOIDAL SIGNAL IN NOISE

#### Summary

The results are given permit to detect sinusoidal signal in noise basing on rectangular coefficients some  $LC$  and  $RC$  filters of spectrum analysers.