

Б. О. КОЦЕРЖИНСЬКИЙ

ПРО СТАБІЛЬНІСТЬ РУХУ ЕЛЕКТРОНІВ ПРИ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ ПЕРІОДИЧНОМУ ФОКУСУВАННІ

Розглянемо періодичне аксіально-симетричне електростатичне поле із законом розподілу потенціалу на осі

$$V(x, 0) = A - B |\cos mx|,$$

де x — поздовжня координата;
 A, B, m — постійні величини.

Тоді потенціал у кожній точці поля можна визначити з виразу

$$V(x, r) = \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \cdot \frac{\partial^{2n} V(x, 0)}{\partial x^{2n}} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n},$$

де r — радіальна координата.

Потенціал має вигляд

$$V(x, r) = A - B |\cos mx| \cdot I_0(mr). \quad (1)$$

Розкладемо вираз (1) у ряд Фур'є і візьмемо лише два перших члена розкладання

$$V(x, r) \approx A - B \left(\frac{2}{\pi} + \frac{4}{3\pi} \cos 2mx \right) \cdot I_0(mr). \quad (2)$$

Визначаючи постійні величини із значень потенціалу на електродах і розмірів періодичної системи, одержимо вираз

$$V(x, r) \approx V_H \left[1 - (1-k) \frac{2}{\pi} \cdot I_0\left(\frac{\pi}{L} r\right) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos \frac{2\pi}{L} x \cdot I_0\left(\frac{\pi}{L} r\right) \right], \quad (3)$$

де $k = \frac{V_L}{V_H}$, V_H і V_L — максимальний і мінімальний потенціали системи;

L — період системи;

I_0 — модифікована функція Бесселя.

Введемо пучок електронів у таку систему. Для розгляду руху електронів зробимо деякі припущення, а саме: а) швидкість електронів визначається потенціалом фокуруючого поля, тобто нехтуємо дією поздовжньої складової поля об'ємного заряду [1]; б) густина електронів постійна вздовж поперечного перерізу пучка.

У безрозмірних координатах $\frac{x}{L} = z$, $\frac{r}{a} = y$ рівняння траєкторій руху граничних електронів набирає вигляду

$$\frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{dy}{dz} \cdot \frac{\frac{4}{3}(1-k) \sin 2\pi z \cdot I_0(\pi r y)}{1 - (1-k) \frac{2}{\pi} I_0(\pi r y) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos 2\pi z \cdot I_0(\pi r y)} + \frac{I}{y r^2 4\pi \epsilon \sqrt{2\eta} \cdot V_H^{3/2} \left[1 - (1-k) \frac{2}{\pi} I_0(\pi r y) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos 2\pi z \cdot I_0(\pi r y) \right]^{3/2}} \cdot \frac{(1-k) I_1(\pi r y) \left[1 + \frac{2}{3} \cos 2\pi z \right]}{\rho \left[1 - (1-k) \frac{2}{\pi} I_0(\pi r y) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos 2\pi z \cdot I_0(\pi r y) \right]}, \quad (4)$$

де $\frac{a}{L} = \rho$,

a — радіус отвору фокуруючої системи;

I — струм пучка.

З аналізу результатів праць [2], [3] з електростатичного фокусування можна зробити висновок, що величина струму пучка пропорційна величині ρ^2 , тобто

$$\frac{I}{V_H^{3/2}} = a \rho^2. \quad (5)$$

Тоді, враховуючи [5], рівняння [4] набирає вигляду

$$\frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{dy}{dz} \cdot \frac{\frac{4}{3}(1-k) \sin 2\pi z \cdot I_0(\pi r y)}{1 - (1-k) \frac{2}{\pi} I_0(\pi r y) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos 2\pi z \cdot I_0(\pi r y)} + \frac{\xi}{y \left[1 - (1-k) \frac{2}{\pi} I_0(\pi r y) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos 2\pi z \cdot I_0(\pi r y) \right]^{3/2}} \quad (6)$$

$$\frac{(1-k) I_1(\pi r y) \left| 1 + \frac{2}{3} \cos 2\pi z \right|}{\rho \left[1 - (1-k) \frac{2}{\pi} I_0(\pi r y) - (1-k) \frac{4}{3\pi} \cos 2\pi z \cdot I_0(\pi r y) \right]}$$

де $\xi = \frac{\alpha}{4\pi e \sqrt{2\eta}}$ — параметр об'ємного заряду.

Розрахунок рівняння (6) був проведений на електронній обчислювальній машині UNIVAC 1107 методом Рунге — Кутта.

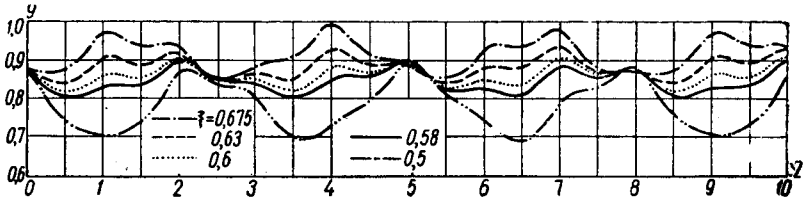


Рис. 1. Траєкторії граничних електронів при $\rho=0,15$; $k=0,3$; $y_0=0,87$, $y'_0=0$ (ξ набирає значень: 0,675; 0,63; 0,6; 0,58; 0,5).

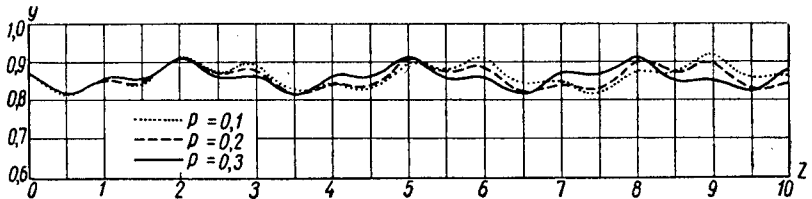


Рис. 2. Траєкторії граничних електронів при $k=0,4$; $\zeta=0,564$; $y_0=0,87$; $y'_0=0$ і при значеннях ρ : 0,1; 0,2; 0,3.

На рис. 1 наведені траєкторії граничних електронів для значень параметрів: $\rho = 0,15$; $k = 0,3$; $y_0 = 0,87$; $y'_0 = 0$ і при різних значеннях параметра ξ .

Рух електронів стабільний. Величина пульсацій границі пучка не перевищує $\Delta y < 0,1$ при $\xi = 0,6$.

Зміна параметра ρ слабо впливає на форму траєкторій електронів (рис. 2).

При збільшенні фокусувальної напруги ($k = 0,2$) рух граничних електронів стає нестабільним (рис. 3).

Для значень параметрів $\rho = 0,15$; $k = 0,2$; $y_0 = 0,87$; $y'_0 = 0$; $\xi = 0,57$ пульсації границі пучка малі, але нестабільні (рис. 4). Зменшення струму пучка ($\xi = 0,55$) або його збільшення ($\xi = 0,6$) приводить до значного збільшення величини пульсацій границі пучка (рис. 3).

Зміна радіуса пучка на вході системи $y_0 = 0,89$ і $y_0 = 0,88$ обумовлює збільшення нестабільності руху електронів (рис. 4).

При зменшенні фокусувочої напруги ($k = 0,22$) нестабільність руху зникає, але величина пульсацій границі зростає (рис. 5).

При збільшенні фокусувочої напруги ($k = 0,18$) зменшуються пульсації границі пучка, але зростає нестабільність пучка. У цьому

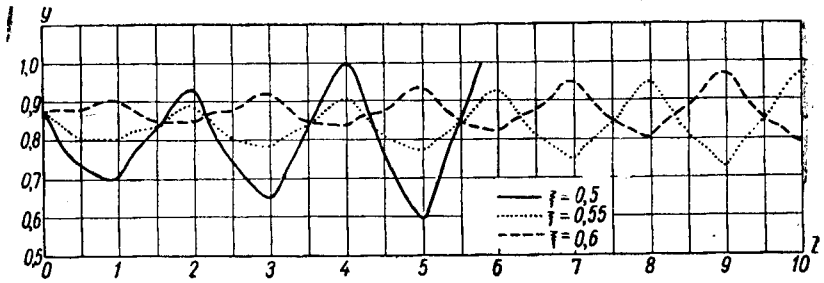


Рис. 3. Траєкторії граничних електронів при $p=0,15$; $k=0,2$; $y_0=0,87$; $y_0=0$ і різних ζ : 0,6; 0,55; 0,5.

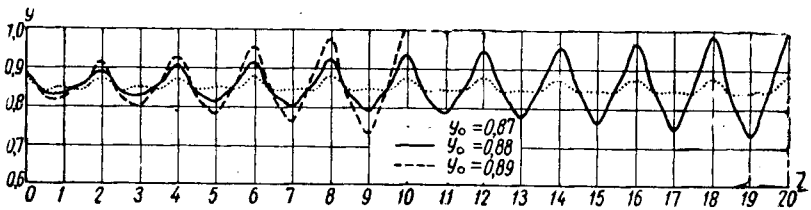


Рис. 4. Траєкторії граничних електронів при $p=0,15$; $k=0,2$; $\zeta=0,57$ і різних y_0 : 0,87; 0,88; 0,89.

випадку зміна початкових умов різко впливає на величину пульсацій ($k = 0,18$, $\xi = 0,55$).

Таким чином, при збільшенні фокусувочої напруги від $k = 0,4$ до $k = 0,18$ величина струму практично не змінюється, але величина пульсацій границі зменшується і при $k = 0,2$ рух електронів стає нестабільним.

Порівняємо розглянуту нами періодичну систему с періодичною системою, складеною із кілець різної товщини [4]. Рівняння траєкторій граничних електронів у такій системі має вигляд

$$\frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{dy}{dz} \times$$

$$\times \frac{1-k}{2} - \frac{1-k}{L} \Delta - \frac{2}{\pi} (1-k) \frac{I_0(2\pi y)}{I_0(2\pi r)} \cdot \frac{\sin 2\pi g}{2\pi g} \cos \pi \sigma \cdot \sin 2\pi z +$$

$$y \left[\frac{1+k}{2} - \frac{1-k}{L} \Delta - \frac{2}{\pi} (1-k) \frac{I_0(2\pi y)}{I_0(2\pi r)} \cdot \frac{\sin 2\pi g}{2\pi g} \cos \pi \sigma \cdot \cos 2\pi z \right]^{3/2} \quad (7)$$

$$- \frac{\frac{1-k}{\pi} \frac{I_1(2\pi y)}{I_0(2\pi r)} \cdot \frac{\sin 2\pi g}{g} \cos \pi \sigma \cdot \cos 2\pi z}{\left[\frac{1+k}{2} - \frac{1-k}{L} \Delta - \frac{2}{\pi} (1-k) \frac{I_0(2\pi y)}{I_0(2\pi r)} \cdot \frac{\sin 2\pi g}{2\pi g} \cos \pi \sigma \cdot \cos 2\pi z \right]}$$

де $g = \frac{d}{L}$, $2d$ — відстань між електродами;

$\frac{\Delta}{L} = \sigma$, 2Δ — різниця електродів.

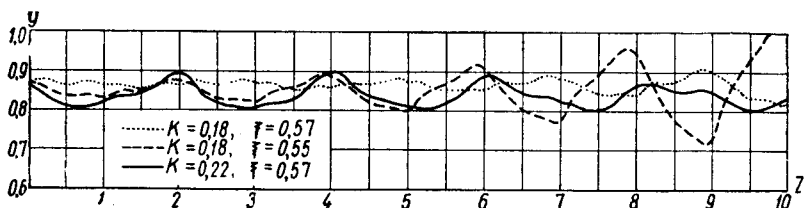


Рис. 5. Траєкторії граничних електронів при $\rho=0,15$; $y_0=0,87$ і різних $k^2 \xi$ та ζ .

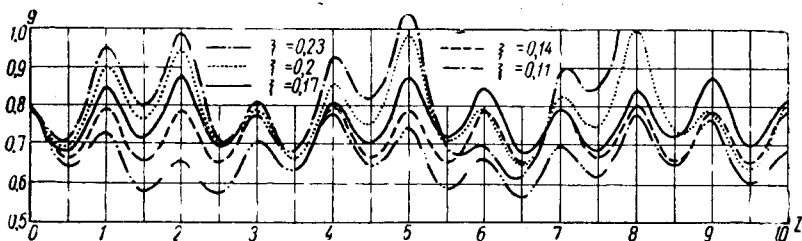


Рис. 6. Траєкторії граничних електронів для системи кілець різної товщини.

Траєкторії, розраховані для оптимального варіанту ($k = 0,33$; $\rho = 0,3$; $\sigma = 0,137$; $g = 0,1$), показані на рис. 6.

Пульсації границі пучка мають більш гармонічний характер, але величина пульсацій при $\xi = 0,14$ і $y_0 = 0,8$ значна: $\Delta y = 0,14$. При збільшенні параметра об'ємного заряду ξ пульсації зростають, і при $\xi > 0,2$ рух електронів стає нестабільним.

Розглянута фокусуєча система має хороші фокусуєчі властивості. За розподілом потенціалу вона наближається до ідеальної фокусуєчої системи [2]. Рух електронів у ній може бути стабільним і нестабільним. Нестабільність пучка залежить від величини

фокусирующей напруги, початкових умов і виникає при фокусуванні максимального струму.

Фокусирующая система кілець різної товщини забезпечує стабільний рух електронів. Проте в такій системі теж виникають нестабільності при зростанні величини струму пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Huizenga W., Schnurman W. The Current Transmission of a Periodic Electrostatic Lens System, Plasma Physics, Journal of Nuclear Energy, Part C, 1964, vol. 6, 493—504.
2. Siekanowicz W. W. Derivation of Ideal Electrode Shapes for Electrostatic Beam Focusing, RCA Rev., 1962, 23, 1, 47—59.
3. Нечтел J. R. Electrostatic Focusing of Microwave Tubes, Microwave J, 1960, 3, 41; 1960, 3, 81.
4. Коцержинский Б. А. К вопросу периодической электростатической фокусировки интенсивных электронных пучков.— «Радиотехника и электроника», 1965, X, 8, 1549—1551.

Б. А. КОЦЕРЖИНСКИЙ

О СТАБИЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФОКУСИРОВКЕ

Краткое содержание

В статье приведен вывод уравнения движения граничных электронов в периодическом электростатическом поле типа

$$V(x, r) - A - B |\cos mx| \cdot I_0(mr)$$

и обсуждаются результаты его численного решения на вычислительной машине UNIVAC 1107.

Показано, что существуют стабильные и нестабильные траектории движения электронов, наличие которых зависит от выбора параметров пучка и фокусирующего поля. Для сравнения приведены траектории движения граничных электронов в периодической системе дисковых электродов разной толщины. Они имеют нестабильный характер при больших токах пучка.

B. A. KOTSERJINSKY

TO THE QUESTION OF ELECTRON MOVEMENT STABILITY IN THE PERIODIC ELECTROSTATIC FOCUSING

Summary

In this paper the equation of edge electron movement in the periodic electrostatic field of type

$$V(x, r) = A - B |\cos mx| \cdot I_0(mr)$$

and its numerical calculation on the computer UNIVAC 1107 are presented.

It's shown that the stable and unstable trajectories of electron movements exist, the presence of which depends on the choice of beam and focusing field parameters.

Edge electron movement trajectories in a periodic system of disk electrodes of different thickness are given for comparison. They have unstable character in the case of large currents.