Г. М. МАХОНІН

ДЕЯКІ ПИТАННЯ ВИМІРЮВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ ФУНКЦІЙ РОЗПОДІЛУ ШИРОКОСМУГОВИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Зараз значного поширення набули дистрибіметри — прилади, придатні для вимірювання функцій розподілу широкосмугових ергодичних випадкових процесів,— засновані на так званому методі відносного часу перебування [1, 2]. Прилади, засновані на цьому методі, мають недоліки, які є перешкодою до заснування широкосмужних дистрибіметрів.

Викликають інтерес дистрибіметри, засновані на так званому методі середнього значення або подібному йому методі квазіпікованого детектора [3] , [5].

Цей метод заснований на вимірюванні середнього значення струму, що протікає в безінерційному нелінійному колі під впливом різниці дослідженої випадкової напруги $u\,(t)$ і деякої постійної u_0,

$$\overline{I} = m_1\{i\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(u - u_0)\, w(u)\, du, \tag{1}$$

де $i = f(x)$ — вольт-амперна характеристика кола.

Якщо ця характеристика має вигляд

$$i = a_1 1(u - u_0), \tag{2}$$

де $1(x)$ — одинична функція, або

$$i = a_2(\delta u - u_0), \tag{3}$$

де $\delta(x)$ — дельта-функція, тоді (1) набуває значення

$$\overline{I}_1 = a_1 \int_{u_0}^{\infty} w(u)\, du \text{ або } \overline{I}_2 = a_2 w(u_0), \tag{4}$$

тобто середнє значення струмів пропорційне $P\,(u \geqslant u_0)$ або $w\,(u_0)$ відповідно, причому u_0 відіграє роль рівня аналізу.

Виявляється, що вимірювальні схеми більш прості при вимірюванні не середнього значення струму (1), а його похідних по рівню обмеження, тобто

$$\frac{d\bar{I}}{du_0} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f(u-u_0)}{\partial u_0} w(u)\,du = -\int_{-\infty}^{\infty} S(u-u_0)\,w(u)\,du; \qquad (5)$$

$$\frac{d^n\bar{I}}{du_0^n} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^n f(u-u_0)}{\partial u_0^n} w(u)\,du = (-1)^{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} S^{(n-1)}(u-u_0)\,w(u)\,du, \qquad (6)$$

де $S(u-u_0) = \dfrac{\partial f(u-u_0)}{\partial u_0} = -\dfrac{\partial f(u-u_0)}{\partial u}$ — крутість характеристики нелінійного кола.

Якщо це коло складається з послідовно з'єднаних активного опору R та діода з лінійноламаною характеристикою, і прямим опором r, то

$$\frac{d\bar{I}}{du_0} = -\frac{1}{r+R}\int_{u_0}^{\infty} w(u)\,du; \qquad (7)$$

$$\frac{d^2\bar{I}}{du_0^2} = \frac{1}{r+R}\,w(u_0). \qquad (8)$$

На рис. 1 наведено схему, в якій оцінки $P^*(u_0) = P^*(u \geqslant u_0)$ та $w^*(u_0)$ одержані внаслідок вимірювання величин, що приблизно відповідають $\dfrac{d\bar{I}}{du_0}$ та $\dfrac{d^2\bar{I}}{du_0^2}$ у (7) та (8).

Перше нелінійне коло утворюється діодом D_1 та опорами R_3 та R_5, друге — $Д_2$, R_8, R_9, третє — $Д_3$, R_{11}, R_{14}. У перше нелінійне коло введено додатково постійне зміщення, яке дорівнює $-\dfrac{\Delta u_0}{2}$, в третє — зміщення, що дорівнює $+\dfrac{\Delta u_0}{2}$.

Кола утворюються опорами R_1, R_4, R_6, R_7, R_{10}, R_{12} та ємностями $C_1 - C_3$.

Досліджувана випадкова напруга $u(t)$ подається до точки *0—1* схеми, при цьому на виходах схеми (точки *6—7* та *8—9*) виникають напруги, приблизно пропорційні $P(u_0)$ та $w(u_0)$.

Аналіз схеми робиться при таких припущеннях:

а) $i_{R_1} \ll i_{Д_1}$; $i_{R_6} \ll i_{Д_2}$; $i_{R_{12}} \ll i_{Д_3}$;

б) вольт-амперні характеристики діодів $Д_1 - Д_3$

$$i_Д = \begin{cases} \dfrac{u_Д}{r_Д} & u_Д > 0, \\ 0 & u_Д \leqslant 0; \end{cases}$$

в) постійні часу інтегруючого кола набагато більші інтервалів кореляції досліджуваних процесів;

г) $R_3 = R_9 = R_{14} = R_Д$; $R_1 = R_6 = R_{12} = R_ф$;

$$R_5 = R_8 = R_{11} = r_{зм}; \quad R_4 = R_7 = R_{10} = R_{11}.$$

За цих умов

$$i_1 = \begin{cases} S_1 \left(u - u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2} \right) & u > u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2}, \\ 0 & u \leqslant u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2}; \end{cases} \tag{9}$$

$$i_2 = \begin{cases} S_1 (u - u_0) & u > u_0; \\ 0 & u \leqslant u_0; \end{cases} \tag{10}$$

$$i_3 = \begin{cases} S_1 \left(u - u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2} \right) & u > u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2}, \\ 0 & u \leqslant u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2}, \end{cases} \tag{11}$$

де $S_1 = \dfrac{1}{r_Д + r_{см} + R_Д}$, а середнє значення на опорах R_3, R_9, R_{14} визначається виразами

$$\bar{u}_3 = S_1 R_Д \int\limits_{u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}}^{\infty} \left(u - u_0 - \frac{\Delta u_0}{2} \right) w(u)\, du; \tag{12}$$

$$\bar{u}_9 = S_1 R_Д \int\limits_{u_0}^{\infty} (u - u_0)\, w(u)\, du; \tag{13}$$

$$\bar{u}_{14} = S_1 R_Д \int\limits_{u_0 - \frac{\Delta u_0}{2}}^{\infty} \left(u - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2} \right) w(u)\, du. \tag{14}$$

Середні значення вихідних напруг u_{67} та u_{89} відповідно дорівнюють

$$\bar{u}_{67} = \frac{R_н}{R_н + R_ф} (\bar{u}_3 - \bar{u}_{14}) = \frac{R_н}{R_н + R_ф} \overline{\Delta u}; \tag{15}$$

$$\bar{u}_{89} = \frac{R_н}{3(R_н + R_ф)} (\bar{u}_3 + \bar{u}_{14} - 2\bar{u}_9) = \frac{R_н}{3(R_н + R_ф)} \overline{\Delta^2 u}, \tag{16}$$

тобто пропорційні кінцевим розв'язкам першого та другого порядку функції (13)

$$\bar{u}_8 = f(u_0).$$

З (12) — (16) маємо

$$\bar{u}_{87} = -k_1 \left[\Delta u_0 \int_{u_0+\frac{\Delta u_0}{2}}^{\infty} w(u)\,du + \int_{u_0-\frac{\Delta u_0}{2}}^{u_0+\frac{\Delta u_0}{2}} \left(u - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}\right) w(u)\,du \right]. \tag{17}$$

$$\bar{u}_{89} = \frac{k_1}{3} \left[\int_{u_0-\frac{\Delta u_0}{2}}^{u_0} \left(u - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}\right) w(u)\,du - \right.$$

$$\left. - \int_{u_0}^{u_0+\frac{\Delta u_0}{2}} \left(u - u_0 - \frac{\Delta u_0}{2}\right) w(u)\,du \right], \tag{18}$$

де

$$k_1 = \frac{R_н R_Д S_1}{R_н + R_ф}. \tag{19}$$

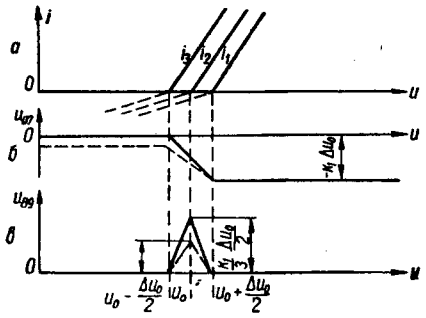

Рис. 1.

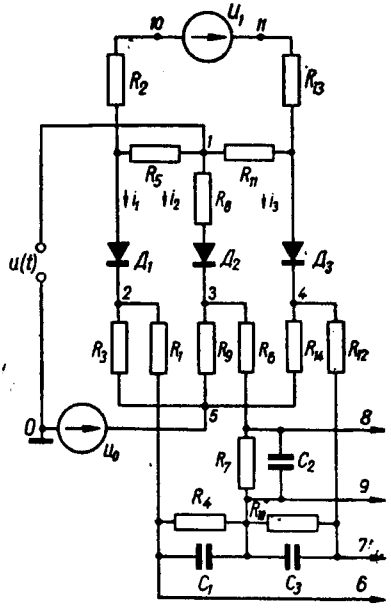

Рис. 2.

Напруги скінченних різниць у схемі (рис. 1) одержують після інтегрування. Проте для спрощення аналізу краще прийняти порядок цих лінійних операцій оберненим.

Як бачимо з (17) і (18), нелінійні оператори перетворювання вхідного сигналу $u(t)$ у схемі мають вигляд

$$u_{67} = \begin{cases} 0, & u \leqslant u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2}; \\ -k_1\left(u - u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2}\right), & u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2} < u \leqslant u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2}; \\ -k_1 \Delta u_0, & u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2} < u; \end{cases} \quad (20)$$

$$u_{89} = \begin{cases} 0, & u \leqslant u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2}; \\ \dfrac{k_1}{3}\left(u - u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2}\right), & u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2} < u \leqslant u_0; \\ -\dfrac{k_1}{3}\left(u - u_0 - \dfrac{\Delta u_0}{2}\right), & u_0 < u \leqslant u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2}; \\ 0, & u_0 + \dfrac{\Delta u_0}{2} < u. \end{cases} \quad (21)$$

При достатньо малому Δu_0 (17) та (18) набирають вигляду

$$\bar{u}_{67} \simeq -k_1 \Delta u_0 \int_{u_0}^{\infty} w(u)\, du; \quad (22)$$

$$\bar{u}_{89} \simeq \frac{k_1}{3} \cdot \left(\frac{\Delta u_0}{2}\right)^2 w(u_0), \quad (23)$$

тобто пропорційні значенням імовірності $P(u_0)$ та густини імовірності $w(u_0)$. Якщо $\Delta u_0 \to 0$, приблизні рівності (22) та (23) стають точними.

Відносні похибки вимірювань, обумовлених кінцевою величиною Δu_0, відповідно дорівнюють

$$\delta_P = -\frac{1}{P(x_0)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)!} \cdot \frac{d^{2m-1}}{dx^{2m-1}} w(x_0) \left(\frac{\Delta x_0}{2}\right)^{2m}; \quad (24)$$

$$\delta_w = \frac{1}{w(x_0)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{(2m+2)!} \cdot \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} w(x_0) \left(\frac{\Delta x_0}{2}\right)^{2m}, \quad (25)$$

де $x = \dfrac{u}{\sigma}$, $x_0 = \dfrac{u_0}{\sigma}$, $\Delta x_0 = \dfrac{\Delta u_0}{\sigma}$ — нормовані до дисперсії досліджуваного процесу змінні.

У приладах, побудованих за методом відносного часу перебування, похибка вимірювання $P(x_0)$ не залежить від Δx_0, проте по-

хибка вимірювання $w(x_0)$, обумовлена кінцевою величиною (Δx_0), визначається виразом

$$\delta_w = \frac{1}{w(x_0)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)!} \cdot \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} w(x_0) \left(\frac{\Delta x_0}{2} \right)^{2m}. \qquad (26)$$

Порівнюючи (25) та (26), бачимо, що коефіцієнти при членах рядів з однаковими m у (25) в $(m+1)$ разів менше, ніж у (26), отже, при однакових Δx_0 похибка вимірювання $w(x_0)$ згідно з методом похідних від середнього значення менша, ніж при застосуванні методу відносного часу перебуття.

Як бачимо з рис. 1, при відсутності паразитних реактивних параметрів схема придатна для аналізу випадкових процесів з необмежено широким частотним спектром. Обмеження робочої смуги реальної схеми визначається впливом реактивних параметрів діодів $Д_1 — Д_3$ та в першу чергу їх ємностей $C_{Д_1} — C_{Д_3}$.

Теоретично схема (рис. 1) може бути частотно незалежною також при наявності $C_Д$ за умови безмежного зменшення опору нелінійного кола, що безпосередньо виникає з диференційних рівнянь, які описують ці кола.

Поширення робочої смуги частот схеми також можна досягти компенсацією $C_Д$ за допомогою включення у паралель до кожного діода двополюсника, реактивна складова провідність якого дорівнює провідності та зворотня за знаком.

Попередні підсумки зроблені при припущенні, що середні значення струму та напруги в схемах дорівнюють їх математичним сподіванням. Одержані при цьому вирази точні при нескінченно великому часі інтегрування.

При скінченному часі інтегрування дисперсія $\sigma_y^2(T)$ вихідного ефекту у $y(T)$ визначається виразом

$$\sigma_y^2(T) = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T} \right) [B_y(\tau) - m_1^2\{y\}] \, d\tau, \qquad (27)$$

де $B_y(\tau)$ — функція кореляції процесу $y(t)$.

Відповідно до (20) та (21) функції вихідних процесів $u_{67}(t)$ та $u_{89}(t)$ (див. рис. 1) визначаються виразами

$$B_{67}(\tau) = k_1^2 \int_{u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}}^{\infty} \int_{u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}}^{\infty} w(u, u_\tau) \, du \, du_\tau + \qquad (28)$$

$$+ k_1^2 \int_{u_0 - \frac{\Delta u_0}{2}}^{u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}} \int_{u_0 - \frac{\Delta u_0}{2}}^{u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}} \left(u - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2} \right) \left(u_\tau - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2} \right) w(u, u_\tau) \, du \, du_\tau;$$

$$B_{89}(\tau) = \frac{k_1^2}{9} \int\limits_{u_0-\frac{\Delta u_0}{2}}^{u_0} \int\limits_{u_0-\frac{\Delta u_0}{2}}^{u_0} \left(u - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}\right)\left(u_\tau - u_0 + \frac{\Delta u_0}{2}\right) \times$$

$$\times w(u, u_\tau)\, du\, du_\tau + \frac{k_1^2}{9} \int\limits_{u_0}^{u_0+\frac{\Delta u_0}{2}} \int\limits_{u_0}^{u_0+\frac{\Delta u_0}{2}} \left(u - u_0 - \frac{\Delta u_0}{2}\right) \times$$

$$\times \left(u_\tau - u_0 - \frac{\Delta u_0}{2}\right) w(u, u_\tau)\, du\, du_\tau, \qquad (29)$$

де

$$u = u(t), \qquad u_\tau = u(t+\tau).$$

Дисперсія флуктуації середніх значень напруг u_{67} та u_{89} на входах інтеграторів дорівнює

$$\sigma_{67}^2 = B_{67}(0) - \bar{u}_{67}^2; \qquad (30)$$

$$\sigma_{89}^2 = B_{89}(0) - \bar{u}_{89}^2. \qquad (31)$$

Розглянемо кінцевий випадок $T \to 0$. Приймаючи $w(u) \approx w(u_0)$ та беручи до уваги (17), (18), (20), (21), (24), (25), (28) — (31), одержимо вирази для відносних середньоквадратичних похибок

$$\gamma_p = \sqrt{\frac{1 - P(x_0)}{P(x_0)} + \left[\frac{1}{3P(x_0)} - 1\right]\frac{w(x_0)}{P(x_0)}\Delta x_0 - \frac{1}{4}\left[\frac{w(x_0)}{P(x_0)}\right]^2 (\Delta x_0)^2}; \qquad (32)$$

$$\gamma_w = \sqrt{\frac{1}{3w(x_0)\Delta x_0} - 1}. \qquad (33)$$

При використанні методу відносного часу перебування γ_w, коли $T \to 0$, визначається виразом [4]

$$\gamma_w = \sqrt{\frac{1}{w(x_0)\Delta x} - 1}. \qquad (34)$$

Таким чином, метод вимірювання одновимірних функцій розподілу імовірності, заснований на вимірюванні середнього значення похідної випадкового процесу на рівні аналізу, дає меншу похибку вимірювання [4].

Головною перешкодою до створення широкосмугових дистрибіметрів, заснованих на методі відносного часу перебування, є необхідність формування малих прямокутних імпульсів. Тому метод, заснований на вимірюванні середнього значення похідної, перспективний для побудови багатьох канальних дистрибіметрів, призначених до аналізу широкосмугових процесів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Валитов Р. А., Палатов К. И., Черный А. Е. Методы измерения основных характеристик случайных процессов. Изд-во Харьковского университета, 1961.
2. Горбенко В. С. Приборы для определения интегральных и дифференциальных функций распределения вероятностей стационарных случайных процессов.
3. Тимонен Л. С. Методы оценки законов распределения вероятностей стационарных процессов.— Сб. «Автоматическое управление непрерывными процессами». Изд-во СО АН СССР, 1964.
4. Горбенко В. С. Вычисление ожидаемой относительной среднеквадратичной ошибки при экспериментальном определении одномерных функций распределения вероятностей.— Известия вузов СССР — Радиотехника, 1962, № 2.
5. Авторское свидетельство № 147377, кл. 42, 36.
6. Махонин Г. М. Способ измерения функции распределения плотности вероятности случайной электрической величины и устройство для осуществления этого способа.— Бюллетень изобретений, 1962, № 10.

Г. М. МАХОНИН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИЗМЕРЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Краткое содержание

Производится сравнение технических возможностей измерения одномерных функций распределения широкополосных случайных процессов при помощи приборов, основанных на методах относительного времени пребывания и производных на уровне ограничения.

G. M. MAHONIN

SOME QUESTIONS OF THE MEASURING OF ONEMEASURED DISTRIBUTION FUNCTIONS OF WIDESTRIPED CHANCE PROCESS

Summary

Comparison of technical possibility of the measuring of onemeasured distribution function of widestriped chance processes are made by apparatuses founded at methods of relative time of sojuorn and derivatives on the level of limitation.