

## НЕСКІНЧЕННА СПІРАЛЬ У СЕРЕДОВИЩІ З ВТРАТАМИ

Знайдено дисперсійне рівняння, котрим описується нескінченна спіраль у середовищі з втратами. Одержано аналітичний вираз для хвильового опору спіралі, що розглядається як довга лінія, у середовищі з втратами, та аналітичні вирази для полів у циліндричній системі координат. Розглянуто питання узгодження джерела ВЧ енергії із спіраллю.

В гадузі лікування запальних процесів та пухлин широко застосовується гіпертермія. Велику зацікавленість викликає напрямок внутрішньопорожнинної гіпертермії, при якій використовуються природні порожнини організму для введення випромінювача, коли відсутня необхідність хірургічного втручання та застосування медикаментів. Аплікатор для внутрішньопорожнинної гіпертермії має бути компактним та легко узгоджуватись з фідером. Таким умовам задовольняє спіральний випромінювач. Цим і пояснюється зацікавленість спіраллю у середовищі з втратами, що є біологічною тканиною.

Для дослідження полів спіралі використовується модель циліндра з спіральною провідністю [1] (надалі ЦСП) з такими параметрами:

$a$  — середній радіус спіралі — радіус ЦСП;  $d$  — крок спіралі;  $\Psi$  — кут нахилу витків спіралі ( $\text{ctg } \Psi = 2\pi a/d$ ) — кут між напрямком провідності та дотичної до кола ЦСП.

Доведено, що рішення рівнянь Максвелла в циліндричній системі координат для середовища з втратами буде:

для **E-хвилі**

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{d^2 \Pi_m}{dz dr}, & H_r &= j\omega \epsilon \epsilon_0 \frac{1}{r} \frac{d \Pi_m}{d q}, \\ E_\theta &= \frac{1}{r} \frac{d^2 \Pi_m}{dz d\theta}, & H_\theta &= -j\omega \epsilon \epsilon_0 \frac{d \Pi_m}{dr}, \\ E_z &= -\frac{1}{r} \left[ \frac{d}{dr} \left( r \frac{d \Pi_m}{dr} \right) + \frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{r} \frac{d \Pi_m}{d\theta} \right) \right], & H_z &= 0, \end{aligned}$$

для **H-хвилі**

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{d^2 \Pi_e}{dz dr}, & E_r &= -j\omega \mu_0 \frac{1}{r} \frac{d \Pi_e}{d\theta}, \\ H_\theta &= \frac{1}{r} \frac{d^2 \Pi_e}{dz d\theta}, & E_\theta &= j\omega \mu_0 \frac{d \Pi_e}{dr}, \end{aligned}$$

$$H_z = -\frac{1}{r} \left[ \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\Pi_e}{dr} \right) + \frac{d}{dq} \left( \frac{1}{r} \frac{d\Pi_e}{d\theta} \right) \right], \quad E_z = 0,$$

де  $E, H$  — складові поля по відповідним координатам;  $\Pi_e, \Pi_m$  — електрична та магнітна складові вектора Герца, що задовольняють рівнянню:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\Pi}{dr} \right) + \frac{1}{r} \frac{d}{d\theta} \left( \frac{1}{r} \frac{d\Pi}{d\theta} \right) + \frac{d^2\Pi}{dz^2} + k^2\Pi = 0. \quad (1)$$

Якщо повздовжню складову напруженості електричного поля на осі позначити через  $E_0$ , то, підставляючи граничні умови ЦСП та вирішуючи рівняння (1), знаходимо поля всередині та назовні ЦСП:

$$0 \leq r \leq a$$

$$E_z = E_0 I_0(\gamma r), \quad E_r = j \frac{b}{g} E_0 I_1(\gamma r),$$

$$E_q = -\frac{1}{\text{ctg}\psi} \frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)} E_0 I_1(\gamma r), \quad H_\theta = j \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0}{\gamma} E_0 I_1(\gamma r),$$

$$H_z = -j \frac{\gamma}{\omega \mu_0 \cdot \text{ctg}\psi} \frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)} E_0 I_0(\gamma r),$$

$$H_r = \frac{\beta}{\omega \mu_0 \cdot \text{ctg}\psi} \frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)} E_0 I_1(\gamma r), \quad (2a)$$

$$a \leq r \leq \infty$$

$$E_z = \frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} E_0 K_0(\gamma r),$$

$$E_r = -j \frac{\beta I_0(\gamma a)}{\gamma K_0(\gamma a)} E_0 K_1(\gamma r),$$

$$E_\theta = -\frac{1}{\text{ctg}\psi} \frac{I_0(\gamma a)}{K_1(\gamma a)} E_0 K_1(\gamma r),$$

$$H_z = j \frac{\gamma I_0(\gamma a)}{\omega \mu_0 K_1(\gamma a) \text{ctg}\psi} E_0 K_0(\gamma r),$$

$$H_r = \frac{\beta}{\omega \mu_0 \cdot \text{ctg}\psi} \frac{I_0(\gamma a)}{K_1(\gamma a)} E_0 K_1(\gamma r),$$

$$H_\theta = -j \omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{1}{\gamma} \frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} E_0 K_1(\gamma r), \quad (26)$$

де  $\beta$  — повздовжнє хвильове число вздовж осі OZ;  $I_n(z)$ ,  $K_n(z)$  — модифіковані функції Беселя комплексного аргументу  $z$ , порядку  $n$  [2];  $\gamma$  — поперечне хвильове число ( $\gamma^2 = \beta^2 - \kappa^2$ );  $\kappa$  — постійна розповсюдження у вакуумі; множник  $e^{-\beta z}$  скрізь не врахований.

Поля в ЦСП при любому  $z$  не залежать від кута  $\theta$ , тому вони симетричні відносно осі циліндра. Проте в реальній спіралі поля не можуть бути симетричні, бо сама спіраль не має такої симетрії. Таким чином, поле спіралі не можна ототожнювати з полем ЦСП, але деякі властивості спіралі досить добре описує ЦСП, наприклад осьову складову напруженості електричного поля.

Із співвідношень (26) виводиться дисперсійне рівняння, що дає зв'язок між величинами  $\gamma a$  та  $ka$ :

$$[ka \cdot \text{ctg} \psi]^2 = (\gamma a)^2 \frac{K_0(\gamma a) I_0(\gamma a)}{K_1(\gamma a) I_1(\gamma a)} \frac{1}{\epsilon}. \quad (3)$$

Обраховувши погонні параметри, знайдемо хвильовий опір спіралі:

$$Z_{\text{ів}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon \epsilon_0}} \sqrt{J_0(\gamma a) I_1(\gamma a) K_1(\gamma a) K_0(\gamma a) \text{ctg}^2 \psi + I_0^2(\gamma a) K_0^2(\gamma a)}. \quad (4)$$

Визначивши  $\gamma$  з (3) а також  $Z_{\text{хв}}$  з (4), можна знайти вхідні параметри:  $Z_{\text{вх.к.з.}}$  — вхідний опір коротко замкнутого ЦСП;  $Z_{\text{вх.к.х.}}$  — вхідний опір розімкнутого ЦСП. Це дає можливість вирішити питання узгодження з джерелом ВЧ енергії.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы.— М. : Сов. радио.— 1966.— С. 105.
2. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган.— М. : Наука.— 1979.— С. 195—199.

Надійшла до редколегії 06.05.98.