

МАНЮК І. О.

ЗАДАЧА РЕКОНСТРУКЦІЇ ОБРАЗУ В ІМПЕДАНСНІЙ ТОМОГРАФІЇ

Запропоновано методика вирішення прямої та зворотної задачі в імпедансній томографії. Розглянуто потенційну геометричну розв'язуючу спроможність методу. Наведено зразок двовимірного перетину реконструйованого фантома.

Одним із перспективних напрямків розвитку сучасних медичних електронних відображаючих систем є імпедансна томографія. Фізичні основи імпедансної томографії ґрунтуються на тому, що різноманітні дільниці біологічної тканини мають різні значення питомих провідностей. Варто уваги, що електропровідності двох біотканин можуть істотно розрізнятися, в той час як лінійні коефіцієнти ослаблення рентгенівського випромінювання для них можуть бути приблизно однаковими, і тому їх важко диференціювати за допомогою рентгенівського комп'ютерного томографа.

Оскільки системи імпедансної томографії нелінійні, математичний апарат, який використовується для реконструкції зображення в системах з лінійним зчитуванням, не може бути застосованим до задач томографії електричного імпеданса. Тому в галузі розробки засобів реконструкції зображення для цих задач в нинішній час провадяться інтенсивні дослідження.

Розглянемо систему імпедансної томографії (рис. 1) [1], в якій на межі об'єкту розміщені N електродів, а струми по черзі пропускаються поміж парами електродів. Для кожної з пар токових електродів можна поміряти $N-3$ різниць потенціалів. Ці різниці по аналогії з рентгенівською томографією називаються проєкціями. По черзі пропускаючи струм між різними парами N електродів, можна отримати $N(N-3)/2$ незалежних вимірів. Позначимо вектор вимірюваних різниць потенціалів як b . Нехай томографічний перетин поділений на кінцеве число елементів зображення. Позначимо вектор інтенсивності цих елементів як f . Тоді вектори f і b пов'язані між собою перетворенням $T: b = T(f)$.

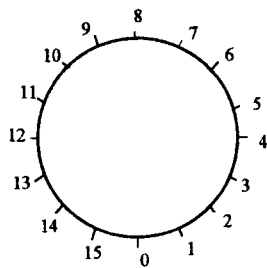


Рис.1

Задача знаходження вектора b при відомому f називається прямою задачею імпедансної томографії. Для її рішення потрібно розв'язати рівняння Пуассона в замкнутій області простору при відомих межових умовах і харак-

теристиках середовища. Для рішення прямої задачі можна використати методи кінцевих різниць, кінцевих елементів, межових елементів, крім того, в деяких приватних випадках можливе аналітичне рішення. Як правило, використовується метод кінцевих елементів [2]. Одним із можливих варіантів рішення прямої задачі є використання методів теорії кіл. При цьому будується дискретна модель, що складається із кінцевих елементів (різної чи однакової форми). При цьому провідність кожного кінцевого елемента відома, а сам елемент вважають однорідним (перша дискретизація). Далі кожний кінцевий елемент моделюють (діапазоні зовнішніх струмів до 100 кГц) резистивною схемою заміщення, причому кінцеві елементи підмикаються один до другого своїми вершинами (друга дискретизація).

Одержане електричне коло описують системою рівнянь рівноваги. Рішення цієї системи і є рішення прямої задачі в імпедансній томографії. Вирішити задачі такого типу можна двома шляхами: рішення приведенням матриці до стрічкового вигляду і рішення за допомогою алгоритмів, що використовують інформацію про топологію схеми. На користь першого шляху говорить його дуже гарне математичне забезпечення та існування великої кількості доступних програм (наприклад, в пакетах для реалізації методу кінцевих елементів в НВЧ розрахунках). Значною вадою цього підходу є те, що інформація про топологію кола не використовується, що ускладнює обчислення похідних від характеристик фантома по провідностям при рішенні зворотної задачі.

В роботі запропоновано обрати метод модифікації для обернення матриці, як найбільш зручний із засобів, що враховують топологію кола. Моделлю кінцевого елемента був взятий квадрат (рис. 2), що складається із чотирьох рівнобедрених прямокутних трикутників. Кожний з цих квадратів описано зворотною матрицею вузлових провідностей третього порядку (ряд і стовпець, що відповідають внутрішньому вузлу 4, в матриці Z викреслені). Далі обернені матриці Z для кожного кінцевого елемента об'єднують в процесі «виروشування» за методом модифікації [2] великого фрагменту, що складається із декількох кінцевих елементів. Цей процес продовжують до тих пір, доки не «виростять» весь фантом (елементи матриць кінцевих елементів при різних питомих провідностях відрізняються лише коефіцієнтами пропорційності між цими провідностями). Таке виروشування обернених фрагментів підматриць є економічним, бо сумарна матриця Y всього фантома (порядок матриці 256–1024) дуже розріджена.

Для знаходження розподілу питомої провідності в перетині об'єкту необхідно вирішити зворотною задачу, тобто знайти зворотне перетворення, що зв'язує b та f : $f = T^{-1}(b)$. Через те, що в імпедансній томографії перетворення явно є нелінійним, то для рішення зворотного завдання необхідно

використовувати ітеративні методи, які можна поділити на прямі, послідовних наближень та адаптивні. До першого типу можна віднести метод зворотного просеювання уздовж еквіпотенційних ліній [3] і зв'язані з ним методи, а також одношаговий ньютонівський алгоритм. В основі методів послідовних наближень лежать або апроксимація нелінійних функцій провідностей елементів середовища декількома членами ряду Тейлора, або мінімізація різноманітних функціоналів, в які у вигляді неявних функцій входять обчислені і виміряні різниці потенціалів між електродами. Адаптивні методи становлять різновид методів послідовних наближень, в яких крім рішення зворотної задачі оптимізується розподіл уведенних струмів на поверхні з метою максимізації корисного сигналу.

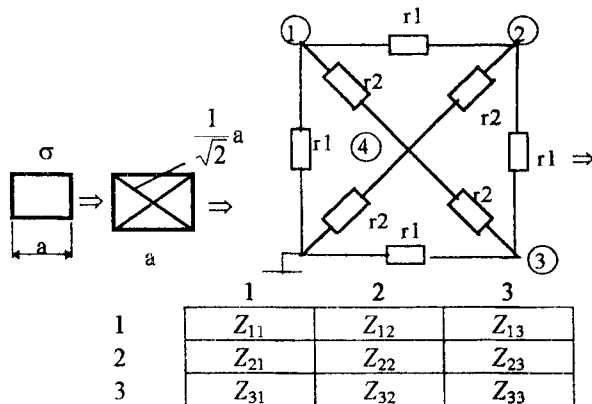


Рис. 2

Перевагою методу зворотного просеювання уздовж еквіпотенційних ліній є більш низькі обчислювальні витрати у порівнянні з іншими методами. Однак йому властивий ряд істотних недоліків. По-перше, він може бути застосований тільки до об'єктів з такою формою, для якої можна скоректувати геометричні викривлення зображення, що реконструювалося, наприклад, шляхом конформних перетворень. По-друге, він не враховує того, що в дійсності струм тече не тільки в перетині об'єкту, але й уздовж третьої координати. Перевагою методів послідовних наближень порівняно з прямими методами є можливість побудови моделі для об'єкту довільної форми і теоретична можливість знаходження точного рішення при дуже великій кількості ітерацій. Проте використання методів послідовних наближень ставить ряд проблем. Рішення зворотної задачі є рішенням системи нелінійних рівнянь. При використанні ітеративної процедури, подібної до методу Ньютона-Рафсона, сходимость методу забезпечується вибором початкового наближення достатньо близьким до рішення. Та хоч сходимость алгоритму в

оточенні рішення квадратична, накопичена помилка може стати на заваді сходимості, або уповільненню його сходимості. Нагадаємо, що означені проблеми та можливі алгоритми їх вирішення повністю задаються нелінійним характером сигналу-носія інформації в імпедансній томографії.

Розглянемо тепер можливість переходу до лінійного сигналу-носія, що визначається з параметрів вихідного-нелінійного [4]. Фантом (наприклад, у вигляді кола – рис. 3) розбивають на n секторів (кожний сектор – «промінь» – має постійну провідність). Після вирішення прямої та зворотної задачі для заданого фантома, отримуємо картину розподілу провідностей, що відповідає зовнішнім вимірам. Повторюючи зазначену процедуру для всіх зовнішніх вузлів фантома на рис. 3, одержуємо лінійні проекції «променів провідності» по нелінійній моделі (за допомогою ітераційної процедури). Слід зазначити, що одержання «проекцій» є нелінійною (як і раніше) задачею, яку слід вирішувати за допомогою ітераційної процедури, але рішення буде менш громіздким, бо кількість невідомих провідностей секторів σ_i мала (для наведеного прикладу – це VI провідностей; на практиці для більш тонкої моделі кількість секторів може складати 12–16). Цим ліквідується обмеження ітераційної процедури до громіздкості задачі, що знижує негативний вплив накопичення операційної помилки, а також радикально скорочує час обчислень.

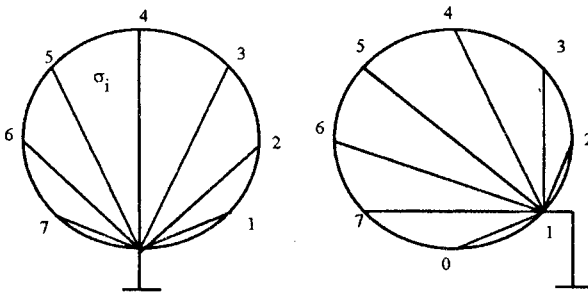


Рис.3

Далі всі одержані проекції підсумовуються (що відповідає методу зворотної проекції лінійної томографії) з попередньою RAMP фільтрацією (або без неї).

Велике значення має потенційна геометрична розв'язуюча спроможність розглянутого методу. Вона (при інших рівних умовах) може бути визначена за геометричними розмірами окремих елементів, що утворюються накладанням секторних «променів провідностей» на загальній зворотній проекції. На рис. 4 наведені всі такі результуючі кінцеві елементи для випадку $N = 6$ секторів (коло поділено на 8 рівних дуг, до початку яких підключено вимірю-

вальні електроди). З рис. 4 видно, що кількість кінцевих елементів складає 80. Якщо взяти $N = 10$, то буде 420 кінцевих елементів. Тобто модель (стосовно кількості кінцевих елементів) відповідає тонкій.

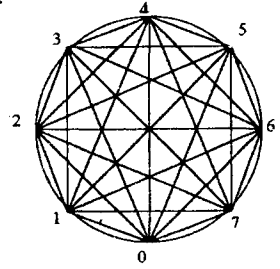


Рис. 4

На рис. 5 наведено зразок двовимірного перетину реконструйованого фантома, на якому зображена судина кровеносної системи ($\rho_{\text{кров}} = 0,1\rho$), перетин кістки ($\rho_{\text{кіст}} = 10\rho$) та м'язова тканина ($\rho = 1500 \text{ Ом}\cdot\text{см}$). По фантому обчислювалися проєкції (при різних номерах загального та сигнального вузлів), після чого виконувалася реконструкція перетину запропонованим методом (рис. 5 – ліворуч). Далі використовувалася реставрація з виділенням кордонів зон рівної провідності.

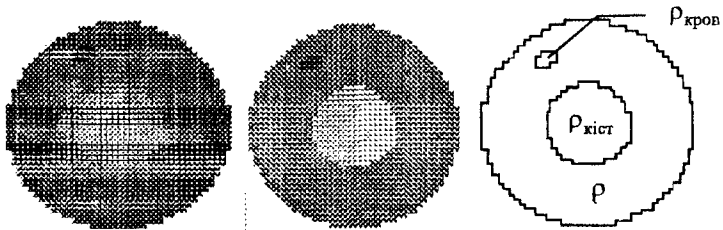


Рис. 5

Наведені результати ілюструють справедливість основних положень запропонованого в статті методу відбудови внутрішньої картини розподілу провідностей томографічного перетину.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Физика визуализации изображений в медицине.– М. : Мир.– 1991.– Т. 1.– 407 с.– Т. 2.– 405 с.
2. Muray T., Kagawa Y. Electrical impedance computed tomography based on finite element method // IEEE Trans. on BME.– Vol. 32.– 1985.– P. 177–184.
3. Barber D. C. , Brown B. N., Freeston I. L. Imaging spatial distributions of resistivity using applied potential tomography // Electronics Letters.– 1983.– Vol. 19.– P. 933–935.
4. Рыбин А. И., Холоденко Н. А. Восстановление образа в импедансной томографии на базе метода конечных элементов // Радиоэлектроника.– 1996.– Т. 39.– № 7.– С. 38–48. (Изв. высш. учеб. заведений).

Надійшла до редколегії 07.03.98