

## АНАЛІЗ ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ У ВОЛОКОННО-ОПТИЧНИХ РОЗПОДІЛЮВАЧАХ-СУМАТОРАХ

Проведено аналіз на основі хвильового підходу принципу дії розподілювачів-суматорів оптичних сигналів, конструкція яких створена із згута оптичних волокон, наближених одне до одного шляхом нагрівання та розтягування. Зміна ступеня зв'язку між волокнами в такій конструкції є досить повільною, а область зв'язку – ланцюговою лінією. Процес розподілу випромінювання по окремих волокнах трактується як взаємодія власних хвиль. Розроблено алгоритм визначення характеристик власних хвиль на певному проміжку довжини області зв'язку. Вказано, що для отримання достатньо точних результатів необхідно досить точно вирахувати функції Бесселя.

Волоконно-оптичні розподілювачі-суматори (ВОРС) сигналів широко застосовуються в волоконно-оптичних лініях зв'язку [1]. Одна з можливих конструкцій ВОРС складається з декількох волоконних світловодів (ВС), сердцевини яких в той чи інший спосіб наближені одна до одної на певній довжині. Існує декілька підходів щодо трактування принципу дії цих пристроїв.

Один з них – хвильовий. Поле оптичного випромінювання, що розповсюджується по одному з ВС (який називається вхідним), в результаті хвильового зв'язку передається до сусідніх ВС. Вибір величини зв'язку між ВС та довжини ділянки зв'язку забезпечує необхідну амплітуду оптичного випромінювання в кожному ВС вихідних каналів. В [1] такий процес передачі називається биттям. Назва виникла в результаті того, що процес передачі випромінювання від одного ВС до іншого ВС через визначену відстань переходить у зворотній – від іншого ВС до першого ВС.

Кожній конструкції області зв'язку (перехідної області) ВОРС можна привести у відповідність повну систему власних хвиль, кожна з яких, якщо вона збуджена, може розповсюджуватися незалежно від інших. Кожна власна хвиля характеризується своєю фазовою швидкістю та своїм розподілом полів у поперечній до напрямку розповсюдження площині. На вході перехідної області амплітуди власних хвиль добираються таким чином, щоб забезпечити існування оптичного випромінювання в одному вхідному (або в декількох вхідних) ВС. По мірі розповсюдження власних хвиль зі своїми фазовими швидкостями в певних об'ємах спостерігається деструктивна інтерференція, а в інших – конструктивна (в одних – зменшення коливань, в інших – збільшення). В результаті цього в окремих поперечних перерізах

амплітуда поля в одних ВС зменшується, в інших – збільшується. Підбором ступеню зв'язку та довжини ділянки зв'язку можна досягти бажаного розподілу оптичного випромінювання в окремих ВС.

Конструкція ВОРС, що розглядається, створена із згута ВС, наближених один до одного шляхом нагрівання та розтягування. В результаті такої операції область зв'язку (область досить близького розташування ВС) обмежується кривою, яку можна описати ланцюговою лінією. Для хвильового підходу, що розглядається нижче, важливо, що зміна ступеня зв'язку між ВС є досить повільною, отже, уся область зв'язку може бути розбита на певну кінцеву кількість ділянок, в межах кожної з яких ступінь зв'язку між ВС можна вважати постійною.

**Власні хвилі волоконно-оптичного розподільювача-суматора.** Власні хвилі є рішенням однорідних рівнянь Максвелла. Геометрія згута ВС та прийняті позначення представлені на рис. 1. Серцевини  $N$  однакових ВС розташовані на однакових відстанях одна від одної та від центру  $R$ . Зовнішня область простирається від  $R$  до нескінченності, де  $R$  – відстань від центра згута до кола, на якому розташовані центри серцевин ВС. Передбачається, що відносна діелектрична проникність зовнішньої області  $\epsilon_1$  дорівнює діелектричній проникності оболонки ВС, а серцевини ВС –  $\epsilon_2$ . Розв'язання рівнянь Максвелла в зовнішній області представимо у вигляді:

$$E_z^H = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m K_m(p_{m_0} r) e^{im\varphi}, \quad (1)$$

$$\rho_0 H_z^H = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m K_m(p_{m_0} r) e^{im\varphi}, \quad (2)$$

де  $m = m_0 + NS$ ;  $m_0 = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $S = 0, 1, 2, \dots, \infty$ ;  $N$  – число ВС;  $m_0$  – тип хвилі [2];  $K_m(x)$  – модифікована функція Бесселя 2 роду  $m$ -го порядку;  $\rho_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  – хвильовий опір вільного простору;  $r, \varphi$  – визначають систему координат, зв'язану з центром ВОРС;  $A_m, B_m$  – амплітудні коефіцієнти. Залежність від  $r$  дає згасаючі по радіусу поля. Тип хвилі визначається числом  $m_0$ , підсумовування ведеться фактично по індексу  $S$ . Поперечне хвильове число  $p_{m_0}$  визначається як  $p_{m_0}^2 = \beta_{m_0}^2 - k^2 \epsilon_1 > 0$  для хвиль, що не випромінюються у зовнішній простір,  $k$  – хвильове число вільного простору,  $\beta_{m_0}$  – стала розповсюдження уздовж осі ВОРС. Залежність поля від часу та позадозвної координати типу  $e^{i(\omega t - \beta_{m_0} z)}$  тут та надалі опускається.

Поле у внутрішній області ВОРС ( $r < R$ ) представимо у вигляді:

$$E'_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m I_m(\rho_{m_0} r) e^{im\varphi}, \quad (3)$$

$$\rho_0 H'_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} D_m I_m(\rho_{m_0} r) e^{im\varphi}, \quad (4)$$

де  $C_m, D_m$  – амплітудні коефіцієнти,  $I_m$  – модифікована функція Бесселя першого роду  $m$  порядку.

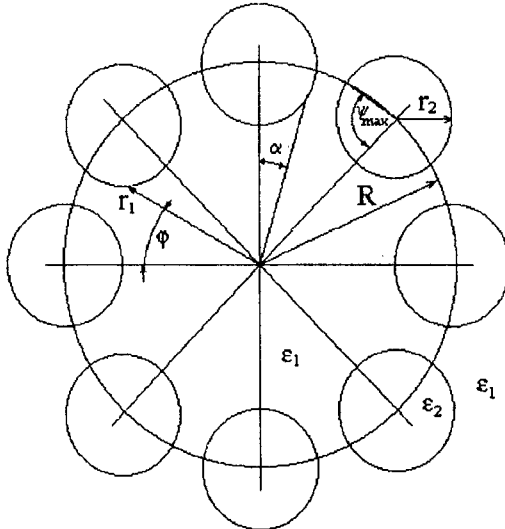


Рис. 1

Поле в кожній серцевині  $j$ -го ВС представимо у вигляді:

$$E_{z_j} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} M_{\nu_j} J_{\nu}(pr_j) e^{i\nu\psi_j}, \quad (5)$$

$$\rho_0 H_{z_j} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} N_{\nu_j} J_{\nu}(pr_j) e^{i\nu\psi_j}, \quad (6)$$

де  $p^2 = k^2 \varepsilon_2 - \beta_{m_0}^2$ ;  $r_j, \psi_j$  – визначають систему координат, зв'язану з центром серцевини  $j$ -го ВС;  $M_{\nu_j}, N_{\nu_j}$  – амплітудні коефіцієнти;  $J_{\nu}$  – функція Бесселя першого роду  $\nu$  порядку.

Радіус серцевини ВС позначимо через  $r_2$ .

Поперечні компоненти полів  $E_\psi, H_\psi, E_r, H_r$  знаходяться з (1) – (4) за допомогою відомих диференціальних операторів [2]. Поперечні компоненти полів  $E_\psi, H_\psi, E_{r_j}, H_{r_j}$  знаходяться з (5) – (6) аналогічно.

Позначимо відстань від осі ВОРС до точки на зовнішньому радіусі ВС через  $r_-$ , якщо ця відстань є меншою, або дорівнює  $R$ , та через  $r_+$ , якщо ця відстань є більшою за  $R$ .

Тоді граничні умови на контурі ВС для повздовжнього електричного поля можна представити у вигляді:

$$E_{z_j} = \begin{cases} E_z^H & \text{на } r_+ \\ E_z^I & \text{на } r_- \end{cases} \quad (7)$$

Аналогічні граничні умови слід накласти на  $H_z, E_\psi, E_\phi$ , та  $H_\psi, H_\phi$ .

Підставляючи (1), (3), (5) в (7), отримаємо:

$$\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} M_{\nu_j} J_\nu(pr_2) e^{i\nu\psi} = \begin{cases} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m I_m(p_{m_0} r_-) e^{im\phi} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m K_m(p_{m_0} r_+) e^{im\phi} \end{cases} \quad (8)$$

де, наприклад,

$$r_- = \sqrt{R^2 + r_2^2 - 2Rr_2 \cos \alpha} \quad (9)$$

а  $\alpha$  – кут, під яким обрана точка на контурі серцевини ВС та вісь серцевини ВС є видимими з осі ВОРС.

Для отримання функціонального рівняння типу (8) з граничної умови для повздовжньої компоненти магнітного поля, необхідно в (8) зробити заміни  $M_{\nu_j} \rightarrow N_{\nu_j}$ ,  $C_m \rightarrow D_m$ ,  $A_m \rightarrow B_m$ . Граничні умови для  $E_\psi, E_\phi, H_\psi, H_\phi$  є більш складними і тут ми їх не наводимо.

Крім цих граничних умов необхідно забезпечити безперервність  $E_\psi, H_\psi$  на ділянках кола радіуса  $r = R$ , що з'єднують центри серцевин ВС.

Функціональне рівняння типу (8) та інші, що впливають з граничних умов, перетворюються надалі згідно теорем додавання для бesselевих функцій [3] виду, наприклад:

$$I_m(p_{m_0} r_-) e^{im\phi} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^n I_{m+s}(p_{m_0} R) I_s(p_{m_0} r_2) e^{is\psi}$$

$$K_m(p_{m_0}r_-)e^{im\varphi} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} K_{m+s}(p_{m_0}R)I_s(p_{m_0}r_2)e^{is\psi}. \quad (10)$$

Ліва частина (8) визначає певну функцію  $\psi$  на періоді  $2\pi$ , тому вона є ряд Фур'є цієї функції на цьому інтервалі. Помножимо рівність (8) на  $e^{iq\psi}$  та проінтегруємо по  $\psi$  від 0 до  $2\pi$ . В результаті цього отримаємо:

$$M_{\nu_j}J_{\nu}(pr_2) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \int_{-\psi_{\max}}^{\psi_{\max}} I_m(p_{m_0}r_-) e^{-im\varphi} e^{iq\psi} d\psi + \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \int_{-\psi_{\max}}^{\psi_{\max}} K_m(p_{m_0}r_+) e^{-im\varphi} e^{iq\psi} d\psi \right\}, \quad (11)$$

де  $\psi_{\max}$  – кут між напрямком з центру серцевини ВС на вісь ВОРС й радіусом з центра серцевини ВС до точки перетину кола радіусів  $R$  та  $r_2$ ,  $q$  – довільне ціле число.

Аналогічно (11) отримаємо вираз для  $N_{\nu_j}J_{\nu}(pr_2)$  з граничної умови для  $H_z$ , використовуючи вказані вище заміни. Вираз, що впливає з граничних умов для  $\psi$  та  $\varphi$  компонент, більш складний і тут не наводиться.

Крім вказаних граничних умов необхідно забезпечити безперервність тангенційних компонент електричного та магнітного полів на частині границі  $r = R$ , що не зайнята серцевинами ВС. Це можна зробити, наприклад, методом коллокацій.

В результаті отримаємо однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) порядку  $4M + 2\nu_m + 4n$ , де  $M$  – число розкладань, що враховуються в областях внутрішній та зовнішній,  $\nu_m$  – те ж саме в області волокна,  $n$  – число точок коллокацій на радіусі  $r = R$ . Система має складний вигляд, а тому не наводиться.

**Зв'язок власних хвиль.** Для розрахунку зв'язку та розподілу потужності випромінювання ВОРС задамо збудження серцевини  $q$ -го ВС. Всі серцевини ВС з іншими номерами будемо вважати незбудженими. Тоді можна записати, наприклад:

$$E'_z = \sum_{m_0} A_j^{m_0} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} M_{\nu_j} I_{\nu}(pr_j) e^{i\nu\psi}, \quad (12)$$

$$H'_z = \sum_{m_0} A_j^{m_0} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} N_{\nu_j} I_{\nu}(pr_j) e^{i\nu\psi},$$

де підсумовування у зовнішній сумі здійснюється за власними хвилями ВОРС;  $A_j^{m_0}$  – амплітуда поля в  $j$ -му ВС,  $m_0$  – тип хвилі.

Позначимо потужність кожного  $m_0$  типу хвилі, що передається через кожний ВС, через  $P_j^{m_0}$ . Ця потужність визначається амплітудою хвилі  $m_0$  типу в  $j$ -й серцевині  $A_j^{m_0}$ . Отже, можна записати:

$$\sum_{m_0} P_j^{m_0} = \begin{cases} 0 & \text{якщо } j \neq g \\ 1 & \text{якщо } j = g, \quad j=1,2,\dots,n \end{cases} \quad (13)$$

Співвідношення (13) є неоднорідна СЛАР для амплітуд власних хвиль в ВОРС. Після її розв'язання знайдемо  $A_j^{m_0}$ , тобто згідно (12) і поле в будь-якій точці по осі  $z$  в межах довжини даної ділянки, на якій поперечні розміри ВОРС вважаються незмінними. До наступної ділянки ВОРС хвилі (12) придуть з іншими фазами, які використовуються в розрахунках на наступній ділянці як початкові. Якщо знайти власні хвилі на наступній ділянці та визначити амплітуди власних хвиль з амплітудної умови на початку даної ділянки, то можна знайти поле на цій ділянці тощо.

Алгоритм, який було отримано, став основою програми, що розроблена мовою  $C^{++}$ . Результати розрахунків вказують на те, що для отримання достатньо точних результатів за умови великої відстані між ВС необхідно досить точно обрахувати функції Бесселя. Фактично це зрозуміло, оскільки за умови великих відстаней між ВС зв'язок між ними дуже малий.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Маркузе Д. Оптические волноводы. – М. : Мир, 1974. – 500 с.
2. Найдено В. И., Дубровка Ф. Ф. Аксиально-симметричные периодические структуры и резонаторы. – Київ : Вища школа. – 1965. – 224 с.
3. Ватсон Г. Н. Теория бesselевых функций. Ч.1. – М. : ИЛ, 1949. – 600 с.

Надійшла до редколегії 10.04.98 р.